

# 수학 영역

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
  - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 아직 나의 청춘이 다하지 않은 까닭입니다
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 답을 정확히 표시하십시오.
  - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
  - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
  - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** .....
  - **선택과목**  
미적분 .....

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

TEAM 모비우스



제 2 교시

수학 영역



5지선다형

1.  $(9 \times 3^{\sqrt{2}})^{2-\sqrt{2}}$  의 값은? [2점]

- ① 9      ② 3      ③ 1      ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{9}$

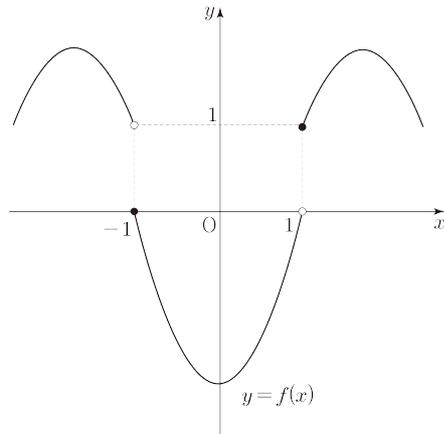
2. 함수  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 6x + 2$  에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  의 값은? [2점]

- ① -2      ② 0      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

3. 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항이 2이고 공비가  $a_3 (a_3 \neq 0)$  일 때,  $a_1 + a_3 + a_5$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{19}{8}$       ②  $\frac{21}{8}$       ③  $\frac{23}{8}$       ④  $\frac{25}{8}$       ⑤  $\frac{27}{8}$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5



5.  $-\pi < \theta < 0$ 인 실수  $\theta$ 에 대하여  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ 일 때,  
 $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{6}}{4}$       ②  $\frac{5\sqrt{6}}{12}$       ③  $-\frac{\sqrt{6}}{4}$   
 ④  $-\frac{5\sqrt{6}}{12}$       ⑤  $-\frac{7\sqrt{6}}{12}$

6. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) > 0$ 이고

$$\int_1^x t f(t) dt = \{f(x)+1\} \{f(x)-1\}$$

일 때,  $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = 2x^3 - 9x^2 + 15x - 2$ 와  
 직선  $y = 3x + n$ 이 만나는 점의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13



8. 최고차항의 계수가 1 이고  $f(1) = 0$  인 이차함수  $f(x)$  가 있다.  
 2 이상의 자연수  $n$  에 대하여  $f(n)$  의  $n$  제곱근 중 실수인 것의  
 개수를  $g(n)$  이라 하자.  $\sum_{n=1}^4 g(n+3) = 5$  일 때,  $f(10)$  의 값은?

[3점]

- ① 36      ② 45      ③ 54      ④ 63      ⑤ 70

9. 상수  $k$  와 모든 실수  $x$  에 대하여  $f(x) + f(-x) = 2k$  를  
 만족시키는 삼차함수  $f(x)$  가 있다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + f(-1) - 6}{x - 1} = -k, \quad f(k) = 0$$

일 때,  $f(2)$  의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{16}{3}$     ②  $-\frac{13}{3}$     ③  $-\frac{10}{3}$     ④  $-\frac{7}{3}$     ⑤  $-\frac{4}{3}$

10. 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = (-1)^n \times n$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{14} a_{3k}$  의 값은? [4점]

- ① 42      ② 45      ③ 48      ④ 51      ⑤ 54



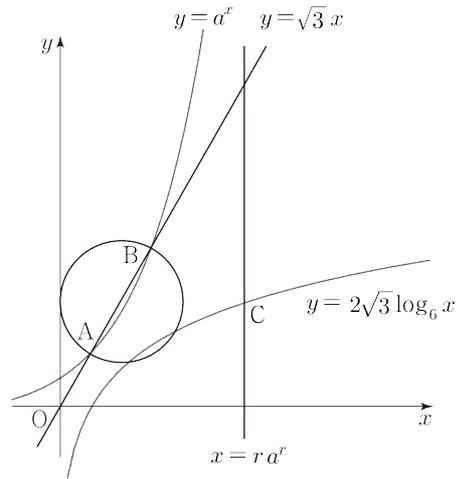
11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(3, -16)$ 에서의 접선이  $x$ 축에 평행하다.
- (나)  $x$ 에 대한 방정식  $|f(x)|=16$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4보다 크다.

$f(-1)$ 의 값이 자연수일 때,  $f(-1)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

12. 그림과 같이 곡선  $y=a^x$  위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원이  $y$ 축과 접한다. 이 원의 반지름을  $r$ 이라 하고 곡선  $y=2\sqrt{3}\log_6 x$ 와 직선  $x=ra^r$ 이 만나는 점을 C라 하자. 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식이  $y=\sqrt{3}x$ 일 때, 삼각형 ABC의 무게중심의  $y$ 좌표는? (단,  $a$ 는  $a>1$ 인 상수이다.) [4점]



- ①  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$     ②  $\sqrt{3}$     ③  $\frac{4}{3}\sqrt{3}$     ④  $\frac{5}{3}\sqrt{3}$     ⑤  $2\sqrt{3}$



13. 중심이 원점인 원  $C$ 와 곡선  $y=a(x-b)^2$ 이 점  $(3, \sqrt{3})$ 에서 접할 때, 원  $C$ 와 곡선  $y=a(x-b)^2$  및  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{11\sqrt{3}}{6} - 2\pi$       ②  $\frac{13\sqrt{3}}{6} - 2\pi$       ③  $\frac{11\sqrt{3}}{6} - \pi$
- ④  $\frac{13\sqrt{3}}{6} - \pi$       ⑤  $\frac{5\sqrt{3}}{2} - \pi$

14. 첫째항이 24인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_{n+1} - 6 & (a_{n+1} < a_n) \\ \frac{a_{n+1}}{2} - 4 & (a_{n+1} \geq a_n) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_6 = -2$ 가 되도록 하는 모든  $a_2$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 41      ②  $\frac{83}{2}$       ③ 42      ④  $\frac{85}{2}$       ⑤ 43



15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와  $x > 1$ 에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 가 있다. 함수  $f(x)$ 의 한 부정적분을  $F(x)$ 라 할 때, 이 함수들이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $x > 1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xg(x) - F(1) = \int_1^x f(t)dt + g(x) \text{이다.}$$

(나) 함수  $g(x)$ 는  $x = \alpha$ 와  $x = \beta$ 에서 극값 0을 갖는다.  
(단,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는  $1 < \alpha < \beta$ 인 상수이다.)

$f(2) = F(4) = 0$ 일 때,  $F(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

단답형

16. 방정식  $\log_4(x-5) = \log_2(x-5) - \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 의 도함수가  $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 3x + 1$ 이고  $f(1) = \frac{13}{2}$ 일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]



18. 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_5 = 2, \sum_{n=1}^{10} (a_n + a_{n+1} + a_{n+2}) = 150$$

을 만족시킬 때,  $a_{20}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

19. 두 정수  $a, b (a \neq -6)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t (t \geq 0)$ 에서의 위치  $x(t)$ 가

$$x(t) = (t-3)(t^2 + at + b)$$

이다. 점 P가 원점을 지나는 모든 시간  $t (t \geq 0)$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 시간  $t=4$ 에서 점 P의 위치의 최솟값을 구하십시오. [3점]

20. 양수  $a$ 에 대하여  $-4a \leq x \leq 4a$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 와 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $-4a \leq x \leq 2a$ 일 때  $f(x) + f(x+2a) = 0$ 이고  $0 \leq x \leq 2a$ 일 때  $f(x) = \sin \frac{\pi}{a}x$ 이다.
- (나) 두 점 A와 B는 곡선  $y = f(x)$ 가 직선  $y = 1$ 과 만나는 점이고, 두 점 C와 D는 곡선  $y = f(x)$ 가 직선  $y = -1$ 과 만나는 점이다.

사각형 ABCD의 넓이의 최댓값과 최솟값의 합이 112일 때,  $a$ 의 값을 구하십시오. [4점]



21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + |f(x) + 2|$$

이라 하자. 두 집합

$$A = \{a \mid \text{함수 } |g(x)| \text{가 } x=a \text{에서 미분가능하지 않다.}\}$$

$$B = \{x \mid g(x) = 0, x \text{는 실수}\}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ n(A) = 4, \ n(B) = 2 \times n(A \cap B)$$

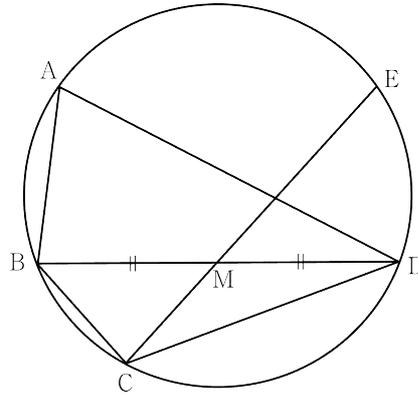
(나) 집합  $A - B$ 의 모든 원소의 합을  $S(A - B)$ 라 하고  
 집합  $B$ 의 모든 원소의 합을  $S(B)$ 라 할 때,  
 $S(A - B) - S(B) = 1$ 이다.

$f'(3) = 0$ 일 때,  $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 그림과 같이 한 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여 선분 BD의 중점을 M이라 하자. 직선 CM이 원과 만나는 점 중 C가 아닌 점을 E라 할 때,

$$\cos(\angle ABD) = \cos(\angle BCE) = \frac{1}{8}, \quad \overline{AB} = \overline{BM} = 4$$

를 만족시킨다. 선분 CD의 길이가  $\frac{q}{p}\sqrt{14}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]





제 2 교시

5지선다형

23.  $\int_0^\pi \sin x e^{\cos x} dx$  의 값은? [2점]

- ①  $e$       ②  $e - \frac{1}{e}$       ③  $2e$       ④  $2e - \frac{1}{e}$       ⑤  $3e$

24. 매개변수  $t (t \geq 0)$  으로 주어진 곡선

$$x = e^{2t} + \sin \pi t, \quad y = e^{-2t} + \cos \pi t$$

에 대하여  $t = 1$  일 때,  $\frac{dy}{dx}$  의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{e^2(2e^2 - \pi)}$       ②  $-\frac{2}{e^2(2e^2 - \pi)}$       ③  $-\frac{3}{e^2(2e^2 - \pi)}$   
 ④  $-\frac{1}{e^2(e^2 - \pi)}$       ⑤  $-\frac{2}{e^2(e^2 - \pi)}$



25. 상수  $a$ 와 함수  $f(x)$ 가  $x > -1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf(x) = \frac{a - 9\cos 2x}{\ln(1+x)}$$

이다. 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 연속일 때,  $\frac{f(0)}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

26. 정의역이  $\{x \mid x \geq 0\}$ 인 함수  $f(x) = x^2 e^x$ 와 함수  $f(x)$ 의 역함수  $g(x)$ 가 있다. 곡선  $y = g(x)$ 가 직선  $y=1$ ,  $y=2$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $e^2 + e$     ②  $2e^2 + e$     ③  $e^2 - e$     ④  $e^2 - 2e$     ⑤  $2e^2 - e$



27. 열린구간  $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3\sin x)^{n+1} + (\tan x)^{n+1}}{(3\sin x)^n + (\tan x)^n}$$

이라 하자. 두 양수  $a, k$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = k$$

일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

28. 양수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x) = 6e^x + tx^3 + 6tx + t$ 가 있다.

다음 조건을 만족시키는 실수  $a$ 에 대하여  $f(a)$ 의 값을  $g(t)$ 라 하면  $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다.

모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $(x-a)\{f(x) - f'(a)x + af'(a) - f(a)\} \geq 0$ 이다.

$g(\alpha) = 0$ 인 양수  $\alpha$ 에 대하여  $g'(\alpha)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{5}{2}$       ③  $\frac{7}{2}$       ④  $\frac{9}{2}$       ⑤  $\frac{11}{2}$



단답형

29. 최고차항의 계수가 양수이고  $f(1) = 0$  인 이차함수와 첫째항과 공비가 같은 등비수열  $\{a_n\}$  에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  이 수렴하고 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(6)$  의 값을 구하시오. [4점]

- (가)  $\sum_{n=1}^{\infty} f(a_n) = -1$
- (나)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\sum_{k=1}^n a_k\right) = -\frac{2}{3}$

30. 양의 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수  $f(x)$  가 있다. 함수  $f(x)$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때  $x > 0$  인 모든 실수  $x$  에 대하여

$$\int_1^x \frac{f'(t)}{g(t)} dt + \int_x^1 \frac{f(t)}{f'(g(t))\{g(t)\}^2} dt = \frac{g(x)}{f'(g(x))} - 1$$

을 만족시킨다.  $f(1) = 1, f(2) = 4f'(1)$  일 때,  $30 \times \int_1^4 f(x) dx$  의 값을 구하시오. [4점]