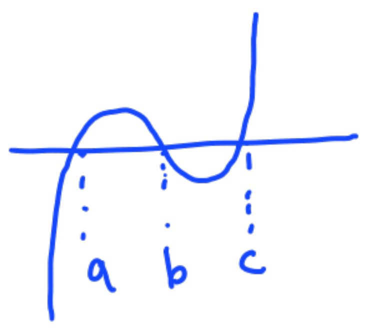
29. 집합 $A=\{1,2,3,4\}$에 대하여 A에서 A로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 p이다. $120p$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $f(1)\times f(2)\geq 9$
> (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

차이함수



$f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$

$\Rightarrow f(x) - 0 = (x-a)(x-b)(x-c)$

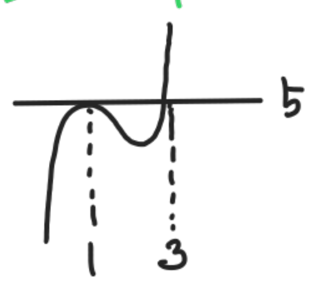
$y=f(x)$와 $y=0$ (x축) 관계

같은 맥락에서

$f(x) = (x-a)(x-b)(x-c) + 0$

※ 즉, 보이는 가로직선으로 식을 세우고 x축이 아닌 것을 x축으로 보았기 때문에 그만큼 평행 이동 시키기

ex)



$f(x) = (x-1)^2(x-3) + 5$

30. 이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

ax^3+bx+c

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x\leq 0) \\ g(x) & (x>0)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오. [4점]

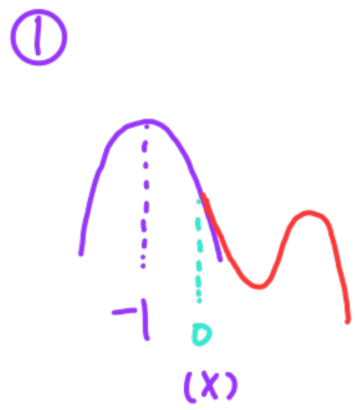
상수항은 필요 없다!

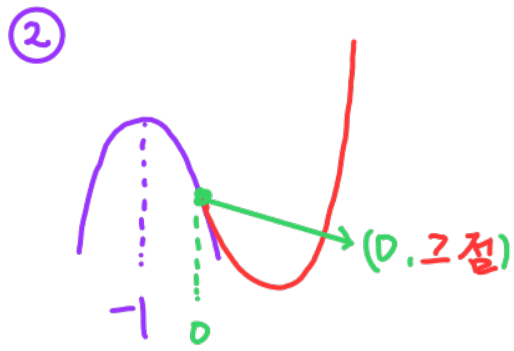
> (가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다.
> (나) 닫힌구간 $[-2,3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

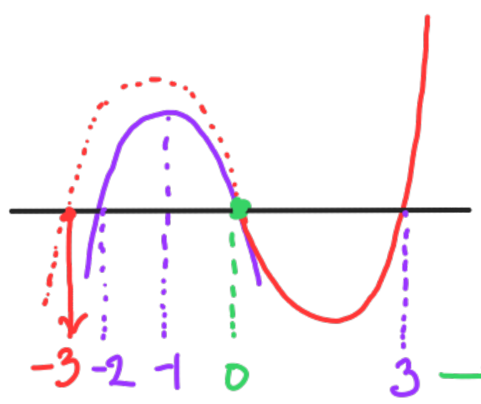
$f(x)$가 $x=-1$에서 극대

$g(x) = ax^3+bx+c$ 의 형태이므로 ((0, 0) 대칭)

(0, c) 대칭 → (0, g(0)) 대칭 ※ x=0에 대응하는 그점 대칭.







$f(0) = g(0) = h(0)$

→ 조건 (가)

조건 (나)에서

$f(-1)+g(\sqrt{3}) = 3+4\sqrt{3}$

$f(x) = ax(x+2) \rightarrow f(-1) = -a$

$g(x) = bx(x^2-9) \rightarrow g(\sqrt{3}) = -6\sqrt{3}b$

$-a+6\sqrt{3}b = 3+4\sqrt{3}$, $\boxed{a=-3,\ b=\frac{2}{3}}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

$f'(x) = 2ax+2a \rightarrow f'(-3) = -4a = 12$

$g'(x) = 3bx^2-9b \rightarrow g'(4) = 39b = 26$

$h'(-3)+h'(4) = f'(-3)+g'(4) = \boxed{38}$