# 2015학년도 수능 수학영역 A형 해설

## 01

[풀이]

지수법칙에 의하여

$5\times 8^{\frac{1}{3}}=5\times(2^3)^{\frac{1}{3}}=5\times 2^{3\times\frac{1}{3}}=5\times 2=10$

답 ①

## 02

[풀이]

행렬의 덧셈의 정의에 의하여

$A+B=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

따라서 구하는 값은 9이다.

답 ⑤

## 03

[풀이]

수열의 극한에 대한 기본 성질에 의하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^2+6}{n^2+3n}=\lim_{n\to\infty}\frac{4+\frac{6}{n^2}}{1+\frac{3}{n}}=\frac{4+0}{1+0}=4$$

답 ④

## 04

[풀이]

주어진 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 $A$라고 하자.

주어진 그래프의 꼭짓점의 개수는 5이므로 행렬 $A$의 성분의 개수는 $25(=5^2)$, 주어진 그래프의 변의 개수는 6이므로 행렬 $A$의 성분 중 1의 개수는 $12(=2\times 6)$이다. 따라서 행렬 $A$의 성분 중 0의 개수는 $13(=25-12)$이다.

답 ③

## 05

[풀이1]

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 $r(>0)$이라고 하면

$a_5=a_1r^4=3r^4=48,\ r^4=16,\ r=2$

$\therefore\ a_3=a_1r^2=12$

답 ④

[풀이2]

수열 $\{a_{2n-1}\}$은 등비수열이다.

등비중앙의 정의에서

$a_3^2=a_1a_5=144$

등비수열 $\{a_n\}$의 모든 항은 양수이므로

$\therefore\ a_3=12$

답 ④

## 06

[풀이]

정적분의 기본 정리에 의하여

$$\int_0^1(2x+a)dx=\left[x^2+ax\right]_0^1=1+a=4$$

$\therefore\ a=3$

답 ③

## 07

[풀이]

주어진 다항식의 전개식의 일반항은

${}_6\mathrm{C}_r x^{6-r}a^r$

$r=2$를 대입하여 $x^4$의 계수를 구하면

${}_6\mathrm{C}_2 a^2=60$

${}_6\mathrm{C}_2=15$이므로

$a^2=4$

$a$는 양수이므로

$\therefore\ a=2$

답 ②

## 08

[풀이]

$x\to -0$일 때, 함수 $f(x)$는 2보다 작은 값을 가지면서 2에 수렴한다.

$\lim_{x\to -0}f(x)=2$

$x\to 1+0$일 때, 함수 $f(x)$는 2보다 작은 값을 가지면서 2에 수렴한다.

$\lim_{x\to 1+0}f(x)=2$

$\therefore\ \lim_{x\to -0}f(x)+\lim_{x\to 1+0}f(x)=4$

답 ④

# 2015학년도 수능 수학영역 A형 해설

## 09

[풀이]
수열의 합과 일반항의 관계에서

$$a_4 = S_4 - S_3 = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$$

답 ②

## 10

[풀이]
주어진 조건에서

$P_A = 20\log 255 - 10\log E_A$

$P_B = 20\log 255 - 10\log E_B$

위의 두 식을 변변히 빼면

$P_A - P_B = -10\log E_A + 10\log E_B$

로그의 성질에 의하여

$$P_A - P_B = 10\log\frac{E_B}{E_A} = 10\log 100 = 20$$

답 ③

## 11

[풀이]
등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 $r$이라고 하면

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3}$$

일반항 $a_n$은

$$a_n = a_1 r^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} \ (n \geq 1)$$

$(a_1)^2 = 9$, $\dfrac{(a_{n+1})^2}{(a_n)^2} = \dfrac{1}{9}$이므로

수열 $\{(a_n)^2\}$은 첫째항이 9이고, 공비가 $\dfrac{1}{9}$인 등비수열이다.

무한등비급수의 공식에 의하여

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}(a_n)^2 = \frac{9}{1-\frac{1}{9}} = \frac{81}{8}$$

답 ①

## 12

[풀이]
토마토 줄기의 길이를 확률변수 $X(\mathrm{cm})$라고 하면 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 2^2)$을 따른다.

여기서 $Z = \dfrac{X-30}{2}$이라고 하면 확률변수 $Z$는 표준정규분포를 따른다.

$\mathrm{P}(27 \leq X \leq 32) = \mathrm{P}(-1.5 \leq X \leq 1)$

$= \mathrm{P}(0 \leq X \leq 1.5) + \mathrm{P}(0 \leq X \leq 1)$

$= 0.4332 + 0.3413 = 0.7745$

답 ②

## 13

[풀이]
행렬의 곱셈의 정의에서

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ f(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(a) \\ 3f(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

행렬의 상등에서

$f(a) = 0$

$a(a+1)(a-4) = 0$에서 $a = -1,\ 0,\ 4$

따라서 구하는 값은 3이다.

답 ③

## 14

[풀이]
$f(x) = 5x + k$로 두고 정리하면

$x^3 - 3x^2 - 9x = k$

$g(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$로 두자.

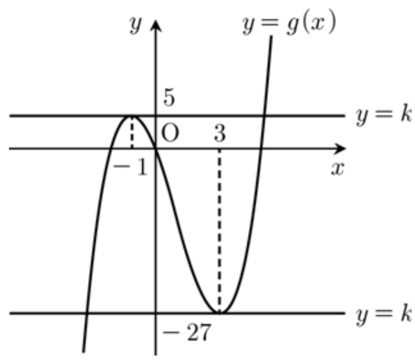
함수 $g(x)$의 도함수는

$g'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$g'(x) = 3(x-3)(x+1) = 0$

에서 $x = -1$ 또는 $x = 3$

| $x$ | $\cdots$ | $-1$ | $\cdots$ | $3$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $g(x)$ | ↗ | $5$ | ↘ | $-27$ | ↗ |




위의 그림에서 곡선 $y = g(x)$와 직선 $y = k$가

# 2015학년도 수능 수학영역 A형 해설

서로 다른 두 점에서 만날 때, $k=5$ 또는 $k=-27$이다. 방정식 $f(x)=5x+k$가 서로 다른 두 실근을 가질 필요충분조건은 $k=5$ 또는 $k=-27$이므로 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=5x+k$가 서로 다른 두 점에서 만날 때, $k=5$ 또는 $k=-27$이다. 그런데 $k$는 양수이므로

$\therefore\ k=5$

답 ①

## 15

[풀이]

지수법칙에 의하여

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x}=5^{2x-1}$$

주어진 지수부등식은

$$5^{2x-1}\le 5^{x+4}$$

밑이 5보다 크므로

$$2x-1\le x+4$$

일차부등식을 풀면

$$x\le 5$$

$\therefore\ x=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

답 ⑤

## 16

[풀이]

확률의 덧셈정리에 의하여

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$$

조건으로 주어진 수를 대입하면

$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{5}{24}$$

조건부확률의 정의에서

$$\therefore\ \mathrm{P}(B^C\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{5}{8}$$

답 ⑤

## 17

[풀이1]

수열의 합과 일반항의 관계에서

$$a_1=\sum_{k=1}^{1}a_{2k-1}=4$$

$$a_{2n-1}=\sum_{k=1}^{n}a_{2k-1}-\sum_{k=1}^{n-1}a_{2k-1}$$

$$=6n-2\ (n\ge 2)$$

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d$라고 하면

$$d=\frac{a_{2n-1}-a_1}{(2n-1)-1}=3\ (n\ge 2)$$

일반항 $a_n$은

$$a_n=a_1+(n-1)d=3n+1$$

$\therefore\ a_8=25$

답 ④

[풀이2]

수열의 합과 일반항의 관계에서

$$a_1=\sum_{k=1}^{1}a_{2k-1}=4$$

$$a_3=\sum_{k=1}^{2}a_{2k-1}-\sum_{k=1}^{1}a_{2k-1}=10$$

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d$라고 하면

$$d=\frac{a_3-a_1}{3-1}=3$$

일반항 $a_n$은

$$a_n=a_1+(n-1)d=3n+1$$

$\therefore\ a_8=25$

답 ④

[풀이3]

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d$라고 하자.

일반항 $a_n$은

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

$n$의 자리에 $2k-1$을 대입하면

$$a_{2k-1}=a_1+(2k-2)d$$

주어진 등식에 대입하면

$$\sum_{k=1}^{n}a_{2k-1}=\sum_{k=1}^{n}\{a_1+(2k-2)d\}$$

$$=dn^2+(a_1-d)n=3n^2+n$$

항등식의 미정계수법에 의하여

$a_1=4,\ d=3$

일반항 $a_n$은

$$a_n=a_1+(n-1)d=3n+1$$

$\therefore\ a_8=25$

답 ④

# 2015학년도 수능 수학영역 A형 해설

## 18

[풀이]

문제에서 주어진 두 식을 변변히 빼면

$2w=4$에서 $w=2$

주어진 연립방정식에 대입하면

$x+y+z=8(x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0)$

중복조합의 수의 공식에 의하여

${}_3\mathrm{H}_8={}_{3+8-1}\mathrm{C}_8={}_{10}\mathrm{C}_8={}_{10}\mathrm{C}_2=45$

$w$는 2의 값만을 가지므로 순서쌍

$(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수는 45이다.

답 ②

## 19

[풀이]

ㄱ. (참)

문제에서 주어진 왼쪽 식에서

$A\left(\frac{1}{3}A-\frac{1}{3}B\right)=E$

역행렬의 정의에서

$A^{-1}=\frac{1}{3}A-\frac{1}{3}B$

ㄴ. (참)

역행렬의 정의에서

$AA^{-1}=A^{-1}A$

보기 ㄱ의 결과를 대입하면

$A\left(\frac{1}{3}A-\frac{1}{3}B\right)=\left(\frac{1}{3}A-\frac{1}{3}B\right)A$

정리하면

$AB=BA$

ㄷ. (참)

문제에서 주어진 오른쪽 식에서

$AAB-BBA=A+B$

보기 ㄴ의 결과에 의하여

$AAB-BAB=A+B$

행렬의 곱셈의 성질에 의하여

$(A-B)AB=A+B$

보기 ㄱ의 결과에 의하여

$3A^{-1}AB=A+B$ 즉, $3B=A+B$

정리하면

$A=2B$

문제에서 주어진 왼쪽 식에 대입하면

$A^2-A\left(\frac{1}{2}A\right)=3E$

정리하면

$A^2=6E$

$\therefore\ (A+2B)^2=(2A)^2=4A^2=24E$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

## 20

[풀이]

$a\leq 0$으로 가정하자.

실수 전체의 집합에서 $f(x)\geq 0$이므로

$\int_{-a}^{a}f(x)dx\leq 0$

이는 문제에서 주어진 조건에 모순이므로 $a$가 갖는 값의 범위는

$a>0$

실수 전체의 집합에서 $f(x)\geq 0$이므로

정적분 $\int_{-a}^{a}f(x)dx$는 곡선 $y=f(x)$와 두 직선 $x=a,\ x=-a$ 및 $x$축으로 둘러싸인 도형의 넓이이다.

그런데 두 직선 $x=a,\ x=-a$는 $y$축에 대하여 서로 대칭이고, 곡선 $y=f(x)$도 $y$축에 대하여 대칭이므로

$\int_{-a}^{a}f(x)dx=2\int_{0}^{a}f(x)dx=13$

정리하면

$\int_{0}^{a}f(x)dx=\frac{13}{2}$

음이 아닌 정수 $n$에 대하여

$\int_{3n}^{3n+1}f(x)dx=\frac{1}{2},\ \int_{3n+1}^{3n+2}f(x)dx=1$

$\int_{3n+2}^{3n+3}f(x)dx=\frac{1}{2},\ \int_{3n}^{3n+3}f(x)dx=2$

정적분의 성질에 의하여

$\int_{0}^{a}f(x)dx=\frac{13}{2}=2+2+2+\frac{1}{2}$

$=\int_{0}^{3}f(x)dx+\int_{3}^{6}f(x)dx+\int_{6}^{9}f(x)dx+\int_{9}^{10}f(x)dx$

$\therefore\ a=10$

답 ①

# 2015학년도 수능 수학영역 A형 해설

## 21

[풀이1]

조건 (가)에서 함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

함수 $f(x)$의 도함수는

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

조건 (나)에서

$f(0)=c=b=f'(0)$

함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=x^3+ax^2+bx+b$

$g(x)=f(x)-f'(x)$으로 두면

$g(x)=x^3+(a-3)x^2+(b-2a)x$

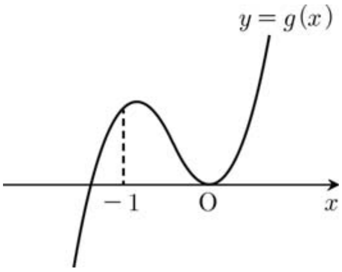
조건 (다)에서

$x\ge -1$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x)\ge 0$이다.

충분히 작은 양수 $h$에 대하여 구간 $(-h,\ 0)$에서 $g(-h)\ge 0=g(0)$이므로 함수 $g(x)$는 구간 $(-h,\ 0)$에서 감소한다.

충분히 작은 양수 $h$에 대하여 구간 $(0,\ h)$에서 $g(0)=0\le g(h)$이므로 함수 $g(x)$는 구간 $(0,\ h)$에서 증가한다.

함수 $g(x)$가 $x=0$에서 연속이고, $x=0$의 좌우에서 $g(x)$가 감소상태에서 증가상태로 바뀌므로 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극소이다.




함수 $g(x)$의 도함수는

$g'(x)=3x^2+2(a-3)x+b-2a$

$g'(0)=b-2a=0$에서 $b=2a$

함수 $g(x)$의 방정식은

$g(x)=x^3+(a-3)x^2$

함수 $g(x)$의 도함수는

$g'(x)=3x^2+2(a-3)x$

$g'(x)=0$에서 $x=\dfrac{6-2a}{3}$ 또는 $x=0$

함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극소이므로

$\dfrac{6-2a}{3}<0$ 즉, $a>3$

조건 (다)에서

$g(-1)=a-4\ge 0$ 즉, $a\ge 4$

$a$의 범위는

$a\ge 4$

함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=x^3+ax^2+2ax+2a$

$\therefore\ f(2)=10a+8\ge 48$

답 ⑤

[풀이2]

조건 (가)에서 함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

함수 $f(x)$의 도함수는

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

조건 (나)에서

$f(0)=c=b=f'(0)$

함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=x^3+ax^2+bx+b$

$g(x)=f(x)-f'(x)$으로 두면

$g(x)=x^3+(a-3)x^2+(b-2a)x$

$=x\{x^2+(a-3)x+b-2a\}$

조건 (다)에서

$x\ge -1$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x)\ge 0$이다.

이제 $h(x)=x^2+(a-3)x+b-2a$로 두면

$g(x)=xh(x)$

$-1\le x<0$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x)\ge 0$이기 위해서는

$-1\le x<0$인 모든 실수 $x$에 대하여 $h(x)\le 0$이어야 한다.

$x\ge 0$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x)\ge 0$이기 위해서는

$x\ge 0$인 모든 실수 $x$에 대하여 $h(x)\ge 0$이어야 한다.

그런데 $h(x)$는 연속함수이므로 중간값의 정리에 의하여

$h(0)=0$

$h(0)=b-2a=0$에서 $b=2a$

함수 $g(x)$의 방정식은

$g(x)=x^3+(a-3)x^2=x^2(x+a-3)$

$x\ge -1$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x)\ge 0$이

기 위해서는
$x \geq -1$인 모든 실수 $x$에 대하여 $x+a-3 \geq 0$이어야 한다.
$a$의 범위는
$a \geq 4$
함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=x^3+ax^2+2ax+2a$
$\therefore\ f(2)=10a+8 \geq 48$
답 ⑤

## 22

[풀이]
함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$$\lim_{x \to 0} \frac{x(x+7)}{x} = \lim_{x \to 0}(x+7) = 7$$
답 7

## 23

[풀이]
두 함수 $y=2x+10$과 $y=x+a$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로
함수 $f(x)$는 구간 $(-\infty,\ 1)$, $(1,\ \infty)$에서 연속이다.
함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이어야 한다.
$$\lim_{x \to 1-0} f(x) = \lim_{x \to 1-0}(2x+10)=12$$
$f(1)=1+a$
함수의 연속의 정의에서
$1+a=12$
$\therefore\ a=11$
답 11

## 24

[풀이]
무한급수의 성질에 의하여
$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+5b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n+5\sum_{n=1}^{\infty}b_n=4+5\times 10$$
$=54$
답 54

## 25

[풀이]
확률변수 $X$에 대하여
$$\mathrm{E}(X)=\frac{n}{3},\ \mathrm{V}(X)=\frac{2n}{9}$$
$V(3X)=9\,V(X)=2n=40$
$\therefore\ n=20$
답 20

## 26

[풀이]
$$f(x)=\int f'(x)dx=2x^3+4x+C$$
($C$는 적분상수)
함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로
$f(0)=C=6$
함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=2x^3+4x+6$
$\therefore\ f(1)=12$
답 12

## 27

[풀이]
확률밀도함수의 성질에 의하여
$\mathrm{P}(0 \leq X \leq 3)$
$$=\frac{k+3k}{2}\times 2+\frac{3k+k}{2}\times 1$$
$$=6k=1 \text{ 즉, } k=\frac{1}{6}$$
$$\frac{q}{p}=\mathrm{P}(0 \leq X \leq 2)=\frac{2}{3}$$
$\therefore\ p+q=5$
답 5

## 28

[풀이]
(1) $k \leq 5$인 경우
$0<\frac{k}{6}<1$이므로
수열의 극한에 대한 기본 성질에 의하여

$$a_k = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^{n}+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{6}{k}}{1+\left(\frac{k}{6}\right)^{n}} = \frac{\frac{6}{k}}{1+0}$$

$$=\frac{6}{k}$$

(2) $k=6$인 경우

$\frac{6}{k}=1$이므로

수열의 극한에 대한 기본 성질에 의하여

$$a_k = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^{n}+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

(3) $k\geq 7$인 경우

$0<\frac{6}{k}<1$이므로

수열의 극한에 대한 기본 성질에 의하여

$$a_k = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^{n}+1} = \frac{0}{0+1} = 0$$

(1), (2), (3)에서

$$a_k = \begin{cases} \frac{6}{k} & (1\leq k\leq 5) \\ \frac{1}{2} & (k=6) \\ 0 & (k\geq 7) \end{cases}$$

시그마의 기본 성질에 의하여

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} ka_k = \sum_{k=1}^{5} 6 + \sum_{k=6}^{6} 3 + \sum_{k=7}^{10} 0$$

$=6\times 5+3\times 1+0\times 4=33$

답 33

## 29

[풀이]

함수 $g(x)$의 도함수는

$g'(x)=3x^2f(x)+(x^3+2)f'(x)$

문제에서 주어진 조건에서

$g'(1)=3f(1)+3f'(1)=0$

$g(1)=3f(1)=24$

연립방정식을 풀면

$f(1)=8$, $f'(1)=-8$

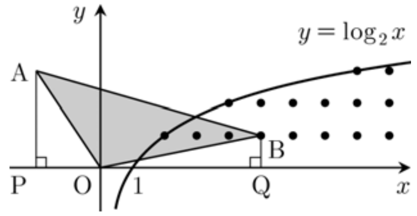
$\therefore\ f(1)-f'(1)=16$

답 16

## 30

[풀이]

점 A, B에서 $x$축에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자.




자연수 $n$에 대하여 삼각형 OAB의 넓이를 $S_n$이라고 하자.

$S_n=$(사각형 APQB의 넓이)

$-$(삼각형 APO의 넓이)$-$(삼각형 BOQ의 넓이)

$$=\frac{3^n+b}{2}\times(a+2)-\frac{1}{2}\times 2\times 3^n-\frac{1}{2}\times a\times b$$

$$=\frac{3^n}{2}\times a+b$$

(1) $n=1$인 경우

조건 (다)에서

$S_1=\frac{3}{2}a+b\leq 50$ $\cdots$㉠

조건 (나)에서

$b\leq \log_2 a$ $\cdots$㉡

$b=1$을 ㉠과 ㉡에 대입하면

$2\leq a\leq \frac{98}{3}$ 즉, $a=2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 32$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 31이다.

$b=2$를 ㉠과 ㉡에 대입하면

$4\leq a\leq 32$ 즉, $a=4,\ 5,\ 6,\ \cdots,\ 32$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 29이다.

$b=3$을 ㉠과 ㉡에 대입하면

$8\leq a\leq \frac{94}{3}$ 즉, $a=8,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 31$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 24이다.

$b=4$를 ㉠과 ㉡에 대입하면

$16\leq a\leq \frac{92}{3}$ 즉, $a=16,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 30$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 15이다.

$b\geq 5$일 때, ㉠과 ㉡을 만족시키는

순서쌍 $(a,\ b)$는 존재하지 않는다.

(2) $n=2$인 경우

조건 (다)에서

# 2015학년도 수능 수학영역 A형 해설

$S_1 = \frac{9}{2}a + b \leq 50$ $\cdots$ ㉠

조건 (나)에서

$b \leq \log_2 a$ $\cdots$ ㉡

$b = 1$을 ㉠과 ㉡에 대입하면

$2 \leq a \leq \frac{98}{9}$ 즉, $a = 2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 10$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 9이다.

$b = 2$를 ㉠과 ㉡에 대입하면

$4 \leq a \leq \frac{96}{9}$ 즉, $a = 4,\ 5,\ 6,\ \cdots,\ 10$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 7이다.

$b = 3$을 ㉠과 ㉡에 대입하면

$8 \leq a \leq \frac{94}{9}$ 즉, $a = 8,\ 9,\ 10$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 3이다.

$b \geq 4$일 때, ㉠과 ㉡을 만족시키는

순서쌍 $(a,\ b)$는 존재하지 않는다.

(3) $n = 3$인 경우

조건 (다)에서

$S_1 = \frac{27}{2}a + b \leq 50$ $\cdots$ ㉠

조건 (나)에서

$b \leq \log_2 a$ $\cdots$ ㉡

$b = 1$을 ㉠과 ㉡에 대입하면

$2 \leq a \leq \frac{98}{27}$ 즉, $a = 2,\ 3$

순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 2이다.

$b \geq 2$일 때, ㉠과 ㉡을 만족시키는

순서쌍 $(a,\ b)$는 존재하지 않는다.

(1), (2), (3)에서 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 120이다.

답 120