2022 수능 대비

final 정리

수학, #1 ~ #22

feat. 평가원 기출 3종세트

2021. 09. 30.

1. 3대장 다시보기

2. 3대장
   - 예비/6모/9모

3. Bonus

1. 3대장 다시보기

예비 평가

8. 함수 $y=6\sin\frac{\pi}{12}x\ (0 \le x \le 12)$의 그래프와 직선 $y=3$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

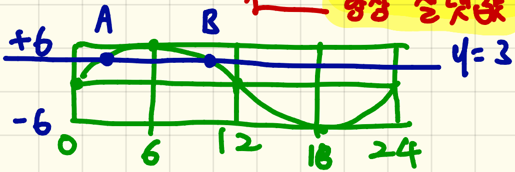
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

[수 I, 삼각] Graph, 주기성

<1> 그리자 (주기 조심)

$$p=\left|\frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}}\right|=24$$

항상 절댓값



<2> 계산

$$6\sin\frac{\pi}{12}x=3$$

$$\sin\frac{\pi}{12}x=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{12}x=\frac{\pi}{6}$$

$\therefore x=2, 10$ (선대칭)

* 변형

$$y=6\sin\frac{\pi}{m}x\ (0 \le x \le 12)$$

$y=3 \longrightarrow$ 해: α

• 모든 해가 정수가 되도록 하는 자연수 m의 개수는?

↳ $\sin\frac{\pi}{m}x=\frac{1}{2}$

$$\frac{\pi}{m}x=\frac{\pi}{6}$$

$6x=m$: 6의 배수

$0 \le 6x \le 72$ $\quad 6\times1 \sim 6\times12$

• 모든 해가 짝수가 되려면?

9. 원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$ 에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4점]

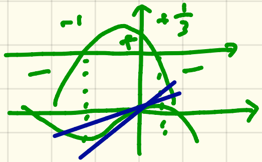
① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

[수Ⅱ. 미분] 삼차함수 & 접선

<1> 함수 관찰

(0,0) 지남!

$y' = -3x^2-2x+1 = -(3x-1)(x+1)$



$\Rightarrow$ 2개

<2> 접선 관점

$y = (-3t^2-2t+1)(x-t) + f(t)$

(0,0)

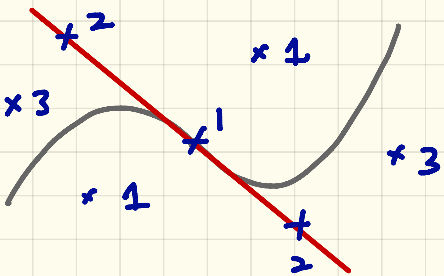
$0 = 3t^3+2t^2-t$
$\quad -t^3-t^2+t$
$\quad = 2t^3+t^2 \rightarrow t^2(2t+1)=0$

$\therefore t=0, -\frac{1}{2}$

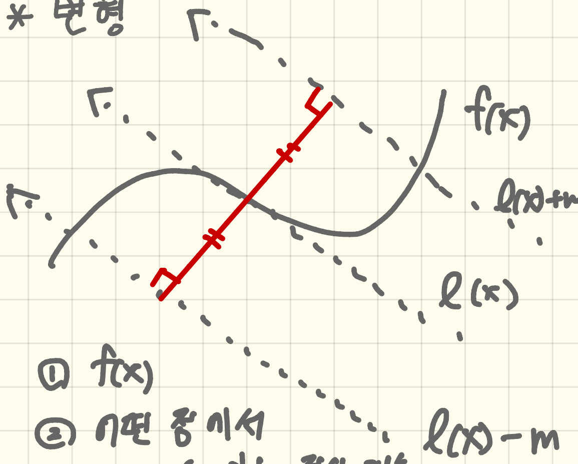
$f'(t) = +1, \quad -\frac{3}{4}+2 = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow \alpha+\beta+\gamma = -\frac{1}{2}$, $\alpha\beta\gamma = 0$) 위험하다. (그림이 우선)

* 개념



* 변형



① f(x)

② 어떤 점에서 그을 수 있는 접선 개수

③ 점 ∈ 직선

10. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수 a에 대하여 $\frac{1}{3}+\log\sqrt{a}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

[수I. 로그]

<1> $\frac{1}{2} < la < \frac{11}{2} \longrightarrow \frac{1}{3} + l\sqrt{a}$ 자연수

<2> $\frac{1}{3} + l\sqrt{a} = \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} la}$

$\downarrow$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} < \quad < \frac{1}{3} + \frac{11}{4}$

$\frac{7}{12} < 1.\ 2.\ 3 < \frac{37}{12}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} la = 1$ → 하나 하나 구하지 X

$\quad '' \quad = 2$

$\quad '' \quad = 3$ ⊕

$1 + \frac{1}{2} l★ = 6$

$l★ = 10$

* 개념

$la + lb = l(a \times b)$

진수의 곱은 로그의 합

* 변형

$\sqrt{\frac{1}{3} + \log\sqrt{a}}$ 가 자연수

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

[수I/수II, 수열/삼차함수]

<1> $f(x) = 1 \sim$

<2> $f(x) = 9$: 세 근 $\left[\begin{array}{l} \alpha<\beta<r, \quad \beta^2=\alpha r \\ \frac{\alpha}{r}<\alpha<\alpha r \quad (r>1)^{*} \end{array}\right.$

주의. 등차와 달리. 등비는 경우가 많다.

<3> $f(0)=1$

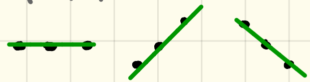
$f'(2)=-2$

<4> $f(x)-9 = 1\left(x-\frac{\alpha}{r}\right)(x-\alpha)(x-\alpha r)$

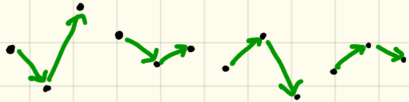
· $x=0 : 1-9 = -\alpha^3 : \alpha=2$

* 개념

세 수가 등차



세 수가 등비



* 변형

'크기 순서대로' 조건이 없었다면?

12. $0 < a < b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k)\,dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은? [4점]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

* 개념

$$\int_a^b f(x)\,dx = \begin{cases} y=f(x).\ x=a,\ x=b. \\ F(b) - F(a) \\ xf - \int xf' \end{cases}$$

[수II, 적분]

<1> $0<a<b$. 모든 a, b

$$\int_a^b x^3-3x+k > 0 \rightarrow$$ 계산? No.

* 변형

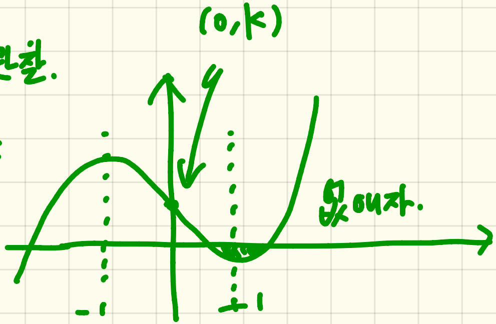
모든 실수 $t>0$

$$\int_t^{t+2} (x^3-3x+k) > 0$$

<2> 피적분 함수 관찰.

$y = x^3-3x+k$

$y' = 3x^2-3$



14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가

$$a(t)=3t^2-12t+9 \ (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 구간 $(3, \infty)$에서 점 P의 속도는 증가한다.

ㄴ. $k=-4$이면 구간 $(0, \infty)$에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.

ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

* 개념

공통 : 일차원

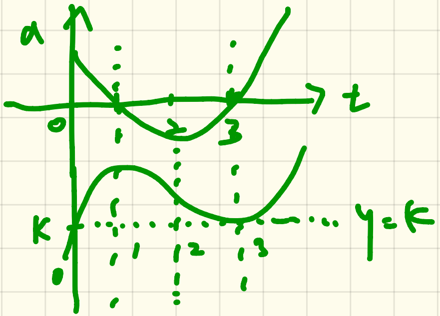
이과 (미적) : 이차원

* 변형

a(t), v(t), s(t) 中 하나 주고...

[수II, 미적] s-v-a vs. t.

<1> $a = 3(t-1)(t-3)$



15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

> (가) $a_5 = 5$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

* 개념

- S. 새로운 수열 ↦ 귀납적 관찰
- · 점화식 — 정방향 / 역방향
- · a_1 우선 No!

[수I, 수열]

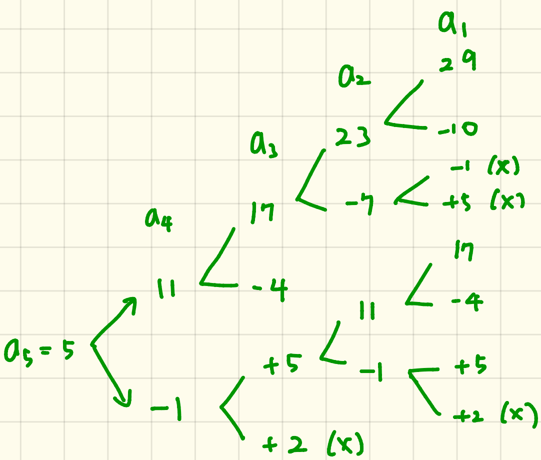
<1> $S_{100} \rightarrow m \leq \quad \leq M$

<2> a_n : 모름

$a_5 = 5 \mapsto a_5 \sim$: 결정

$a_1 \sim a_4$: 모름 (!)

<3> $a_n = \begin{cases} a_{n+1} + 6 & (a_n \geq 0) \\ \dfrac{a_{n+1} - 3}{-2} & (a_n < 0) \end{cases}$



20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3+a_5=0,\quad \sum_{k=1}^{6}(|a_k|+a_k)=30$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [4점]

* 개념

수열의 바라보는 시각들

[수I, 수열]

$\langle 1\rangle$ $d=$ 정수 $(\neq 0)$ $\begin{cases} + \\ - \end{cases}$

경우1,

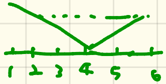
경우2 $\rightarrow a_9<0$ 배제.

$\langle 2\rangle$ $a_3+a_5=0$ $\left[\begin{array}{l} a_4=0 \\ n=4 \end{array}\right.$

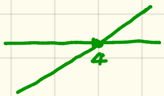
$\langle 3\rangle$ $\displaystyle\sum_{1}^{6}(|a_k|+a_k)=30$

$-a_1-a_2-a_3+a_4+a_5+a_6)=30$. 수식적. 정의 입각. [미시]

$a_1+a_2+a_3+$ ″



\+

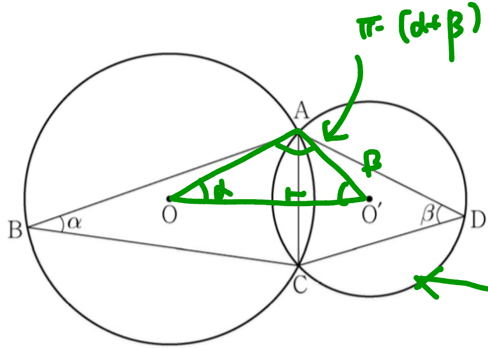


. 기하적. [거시]

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 $\angle ABC=\alpha$, $\angle ADC=\beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3},\quad \overline{OO'}=1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



<1> △ABC, △ACD

한변 공유 → 사인법칙

<2> $\frac{AC}{s\alpha}=2R_1$, $\frac{AC}{s\beta}=2R_2$

→ $\frac{s\beta}{s\alpha}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{3}{2}$ … 식①

$\pi-(\alpha+\beta)$

<3> $\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$: 각

$\overline{OO'}=1$: 변

삼각형!

<4> △AOO′

→ R_1, R_2 관계식

→ 코사인 … 식②

[수I, 도형]

* 개념 : 미시 → 거시 (삼각형)

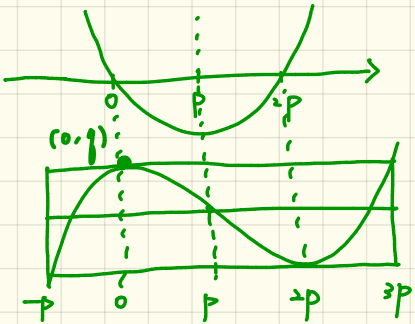
기본 원칙을 for 기출

22. 함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 (p, q)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다.
> (나) 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값은 같다.



[수Ⅱ, 삼차 함수] slow

<1> $1 \le p, q \le 25$: 자연수 개수

<2> $f(x) = x^3 - 3px^2 + q$

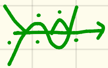
↳ $f(0) = q > 0$

$f' = 3x^2 - 6px$

$= 3x(x-2p)$

<3> $|f|$: 5개 극값

↙ ① 부호 변화 $\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(2p) < 0 \end{cases}$



$q < 4p^3$

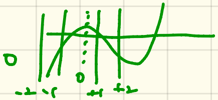
<4> $[-1,1]$ $|f|$ Max $=$ $[-2,2]$ $|f|$ Max

① $f(0)$은 극대 유지

$-f(-2) \ge 0$: $-8 - 12p + q \ge 0$: $q \ge 8 + 12p$

$-f(-2) \le f(0)$

$f(-2) < 0$



$8 + 12p - q \le q$: $4 + 6p \le q < 8 + 12p$

<5> $8 + 12p \le q < 4p^3$: p=1: $20 \le \ < 4$; p=2: $32 \le$ X ; p=3: X

($\because q \le 25$)

$4 + 6p \le q < 8 + 12p$, $< 4p^3$: p=1: $10 \le \ < 20$, < 4 ; p=2: $16 \le \ < 32$, ≤ 25 → 10 ; p=3: $22 \le \ < 44$, < 108, ≤ 25 → 4

1. 3대장 다시보기

6모

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=0, \quad f(1)=1, \quad \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

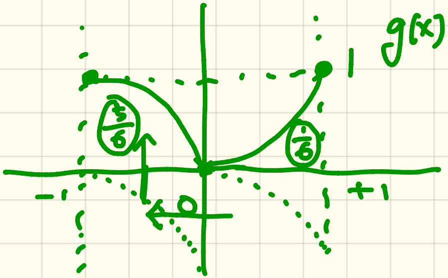
을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$ 의 값은? [4점]

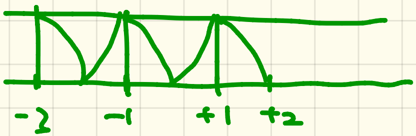
$f(x) \rightarrow -f(x) \rightarrow -f(x+1)+1$

(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0 \le x \le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2)=g(x)$ 이다.

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$





$1+1+\frac{5}{6}$

[수II, 적분]

<1> 주인공: g → 주기: 2, f로 정의 ⇒ 그리자.

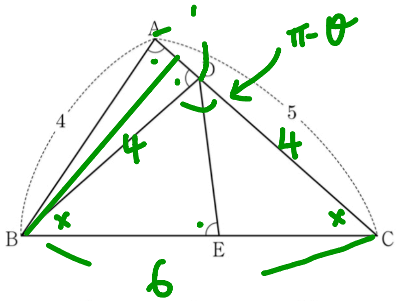
* 개념

함수의 간접 제시 표현들

12. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

[수Ⅰ, 도형]

<1> $\overline{DE}$ [△BDE / △DEC

16
25
41

<2> AB. AC. θ → BC

$4^2+5^2-2\cdot4\cdot5\cdot\frac{1}{8}=6^2$

↳ △ABC 규명.

<3> $\overline{AB}=\overline{BD}$ → 이등변 → 보조선!

$\cos\theta=\frac{1}{8}$ → $\overline{AD}=1$

→ $\overline{CD}=4$

<4> DE의 대각 $x=\frac{\theta}{2}$

△ABC ← → 피타

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 구간 $(0, 1]$에서

$$f(x)=\begin{cases} 3 & (0<x<1) \\ 1 & (x=1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=f(x)$를 만족시킨다.

$\displaystyle\sum_{k=1}^{20} \frac{k\times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은? [4점]

① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

* 개념

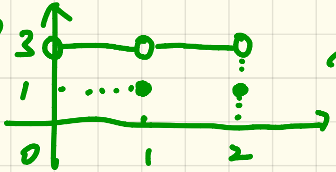
좋은 함수의

표현 방식은

무수히 多多.

[수I/수II, 수열, 함수]

<1>



$$f(x)=\begin{cases} 1 & (x \in \text{자}) \\ 3 & (\text{나머지}) \end{cases}$$

※ $\{f(x)\} = \{0, 1\}$ 이 떠오르는가?

14. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=\|xf(x-p)+qx\|$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

[수II, 함수]

<1> $p, q > 0$

<2> $f = x^3-3x^2-9x-12$

<3> g : 연속!

$x \cdot g = |xf(x-p)+qx|$

한 점에서 미분불가

$x=0$: $0=0$

$x\neq 0$: $x \cdot g = |x|\,|f(x-p)+q|$

$x>0$: $g = +|f(x-p)+q|$

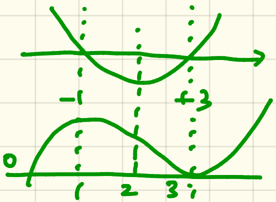
$x<0$: $g = -|f(x-p)+q|$

$\Big\}\ f(-p)+q=0$

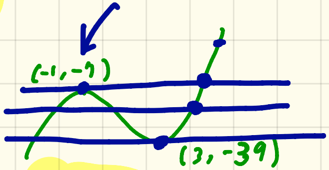
① $|f(x-p)+q|$

② $x<0$ 부분 재반전

<4> $f' = 3(x+1)(x-3)$



$y=-12$



(0,0)을 어디에 둘까?

15. $-1 \le t \le 1$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$\left(\sin\frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos\frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \le x < 4\}$에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $-1 \le t < 0$인 모든 실수 t에 대하여 $\alpha(t)+\beta(t)=5$이다.

ㄴ. $\{t \mid \beta(t)-\alpha(t)=\beta(0)-\alpha(0)\} = \left\{t \,\middle|\, 0 \le t \le \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1)=\alpha(t_2)$인 두 실수 t_1, t_2에 대하여 $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$이면 $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$이다.

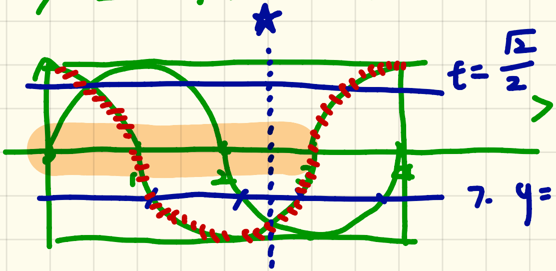
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[수I. 삼각함수]

<1> $-1 \le t \le +1$

<2> $\sin\frac{\pi}{2}x = t$ or $\cos\frac{\pi}{2}x = t$

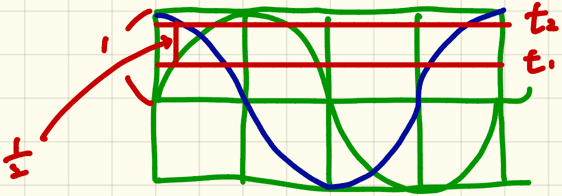
⇒ 그리자! $(0 \le x < 4)$



ㄴ. $\beta(0)-\alpha(0) = 3-0 = 3$

ㄷ. $\alpha(t_1)=\alpha(t_2)$.

$t_2 - t_1 = \frac{1}{2} \longrightarrow t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$



① 직접 구해서 규명

② 기하적 (x)

$\frac{t_1+t_2}{2} > \frac{1}{2}$

$(t_1+t_2)^2 = \frac{1}{4} + \frac{4}{3} = \frac{19}{12}$

$\frac{t_1+t_2}{2} = \sqrt{\frac{19}{48}} > \sqrt{\frac{1}{4}}$

추가규명 필요.

20. 실수 a와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 개념

$$\int_a^b f(x)\,dx = \begin{cases} y=f(x),\ x=a,\ x=b. \\ F(b)-F(a) \\ xf-\int xf' \end{cases}$$

[수Ⅱ, 미적]

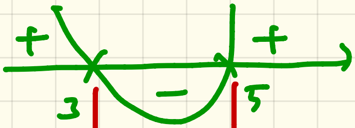
<1> f: 3차

<2> $g(a)=0$.

$$g'(x)=f'(x)\int_a^x f^4\,dt$$: 부호 변화 1번만!

$$\begin{cases} x>a: + \\ x=a: 0 \\ x<a: - \end{cases} \quad (\because f^4\geq 0)$$

<3> $f'=3(x-3)(x-5)$



① − | + |

② − | +

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

slow

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
(나) 함수 $f(x)$의 최솟값은 음의 정수이다.

[수I/수II, 지수/다항함수]

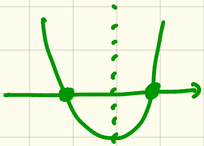
<1> $f(x)=1$ ~

<2> $(x^n-64)f(x)=0$: 서.다.두 실근 / 각각 실근 중근(이중근)

<3> f 최소 ↳ 음.& 정수!

$f(x)$

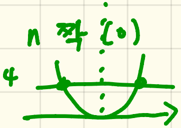
<4>



n 홀 (x)

y=64

n 짝 (o)



<5> $f(x)=x^2-m$ ($m>0$. 정수)

↳ $\alpha=+\sqrt{m}$, $-\sqrt{m}$

<6> $x^n=64$ (n 짝)

$m^{\frac{n}{2}}=2^6$

$m^n=2^{12}$

m은 반드시 2만 소인수로 가짐.

$m=2^k$, $2^{nk}=2^{12}$

* 개념

자연수, 정수 문제의 key

⇒ 성질

22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 개념

경우 나누기

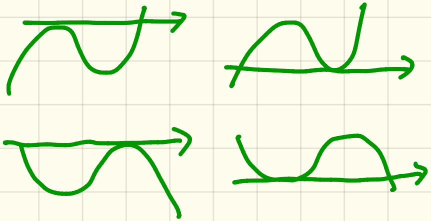
&

그림 그리기

[수II. 함수]

<1> f: 3차

<2>



<3> $f(x-f(x))=0$: 3개

<4> $f(1)=4$, $f'(1)=1$] 접선정보

$f'(0)>1$: 그래프 개형

<5> $f(x)=k(x-\alpha)^2(x-\beta)$ $(\alpha\neq\beta)$

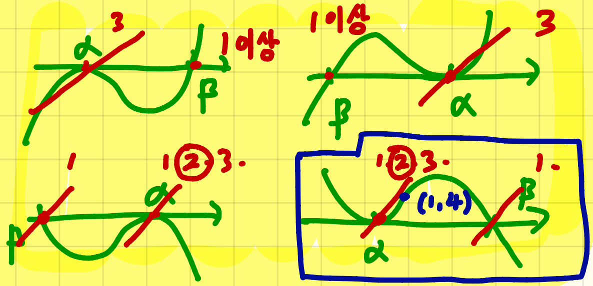
$f(x-f(x))=0$: $x-f(x)=\left[\begin{array}{l}\alpha \\ \beta\end{array}\right.$ $\begin{array}{c}2 \\ + \\ 1\end{array}$ or $\begin{array}{c}1 \\ + \\ 2\end{array}$

$f(x)=1(x-\alpha)$ $(\alpha,0)$

$f(x)=1(x-\beta)$ $(\beta,0)$

$1=f'(1)$

$f(1)=4>0$

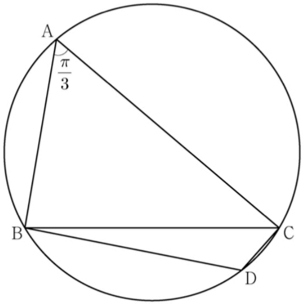


1. 3대장 다시보기

9모

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 점 A 를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D 에 대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



[수I, 도형]

$\overline{BC}$

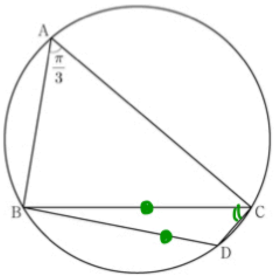
영역

$R = 2\sqrt{7}$

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 점 A 를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D 에 대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$

BD



13. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [4점]

slow

> (가) $|a_m| = |a_{m+3}|$인 자연수 m이 존재한다.
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

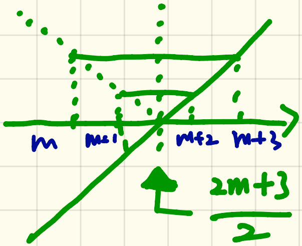
[수I, 수열]

<1> $a_1 = -45$. $d\ (>0) \rightarrow \oplus$

<2> $|a_m| = |a_{m+3}|$: $a_{(m+1+\frac{1}{2})} = 0$

$\hookrightarrow -45 + d\left(m + \frac{3}{2}\right) = 0$

$d\underbrace{(2m+3)}_{\text{홀수}} = 90$



$\frac{2m+3}{2} = (m+1) + \frac{1}{2}$

<3> $\sum_{1}^{m+1} a_k > -100$

or any n

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $p = 1$일 때, $g'(1) = 0$이다.

ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다.

ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\displaystyle\int_{-1}^{1} g(x)\,dx \ge 0$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[수II, 함수]

$f'(x) = 3x(x-2)$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $p = 1$일 때, $g'(1) = 0$이다.

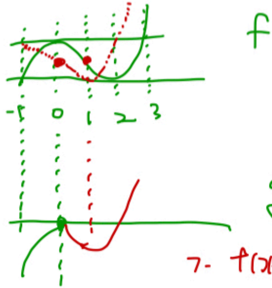
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다.

ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\displaystyle\int_{-1}^{1} g(x)\,dx \ge 0$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$f'(x+p)$

$f'(p) = 0.$



ㄱ. $f(x+1) - f(1)$

ㄴ. ok

ㄷ. $p=2$

15. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

slow

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

[수I, 수열]

* 평가원이 원하는, 수열문제를 대하는 자세란?

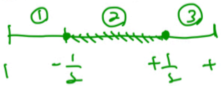
$\frac{3}{2}$

15. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\boxed{\sum_{k=1}^{5} a_k > 0}$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$



<1> $a_5 + a_6 = 0$

① $-1 \le \quad < -\frac{1}{2}$: $-\alpha - 2 = 0$: X

② $-\frac{1}{2} \le \quad \le \frac{1}{2}$: $3\alpha = 0$: OK

③ $\frac{1}{2} < \quad \le 1$: $-\alpha + 2 = 0$: X

$\therefore a_5 = a_6 = 0$

<2> $a_4 = k$

① $-2k - 2 = 0$: $k = -1$

② $2k = 0$: $k = 0$

③ $-2k + 2 = 0$: $k = +1$

단답형

16. $\log_2 100 - 2\log_2 5$의 값을 구하시오. [3점]

$(-1, 0, 1) \rightarrow 0$

$(x, -\frac{1}{2}, x) \rightarrow -1$

$(x, +\frac{1}{2}, x) \rightarrow +1$

$(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, x) \rightarrow -\frac{1}{2}$

$(x, +\frac{1}{4}, +\frac{3}{4}) \rightarrow +\frac{1}{2}$

$(-\frac{7}{8}, -\frac{1}{8}, x) \rightarrow -\frac{1}{4}$

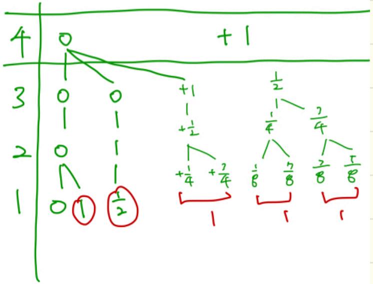
$(-\frac{5}{8}, -\frac{3}{8}, x) \rightarrow -\frac{3}{4}$

$(x, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}) \rightarrow +\frac{1}{4}$

$(x, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}) \rightarrow +\frac{3}{4}$

$-\frac{5}{2}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{5}{4}$ $-\frac{11}{4}$ $-\frac{5}{4}$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 + 7$이고 $f(0) = 3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]



20. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

slow

* 개념

함수 다양하게 바라보기

기준 : $2g'=7$

[수Ⅱ, 함수]

<1> $f(x)+|f(x)+x|=6x+k$: 실근 4개.

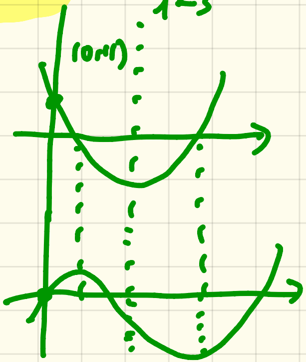
<2> $g+|g| = \begin{cases} g\ge 0: 2g \\ g<0: 0 \end{cases}$

$g=f+x=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+11x$

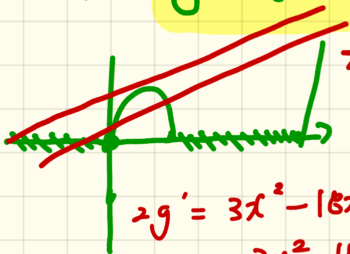
↳ $g(0)=0$

$g'=\frac{3}{2}x^2-9x+11$

$D=81-66>0$



<3> $g+|g|=7x+k$



$2g'=3x^2-18x+22=7$

$3x^2-18x+15=0$

$x^2-6x+5=0$

$(x-5)(x-1)$

$2\times g(1)=(1-9+22)=14$: $(1,14)$

$y=7(x-1)+14=7x+7$

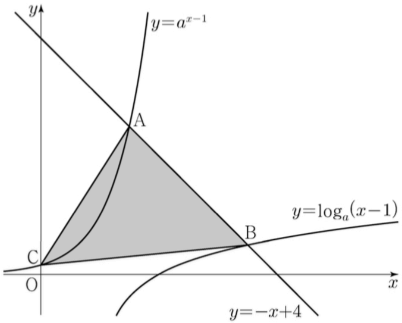
$\therefore\ 0<k<7$

$1\sim 6$: 21

21. $a>1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=-x+4$ 가 두 곡선

$$y=a^{x-1}, \quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50\times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

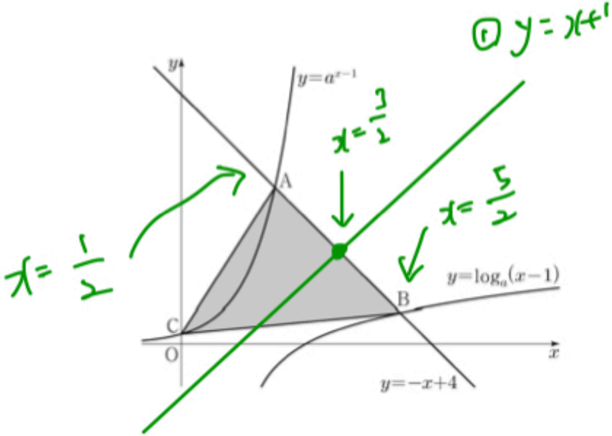


[수I, 지/로]

21. $a>1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=-x+4$ 가 두 곡선

$$y=a^{x-1}, \quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50\times S$ 의 값을 구하시오. [4점]



끝.

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

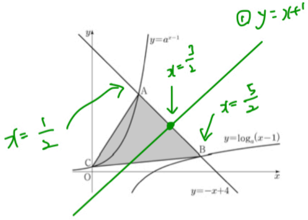
(나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

[수Ⅱ, 함수/극한]

21. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선

$y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



끝.

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

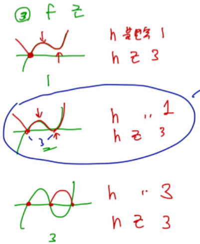
(나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

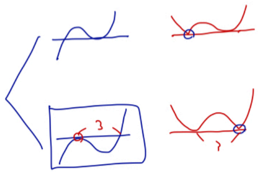
① $g(x)=\underbrace{f(x-3)}_{\text{연속}}\times\underbrace{h(x)}_{??}$

② $h(x)=\lim\dfrac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$

$=\dfrac{|f(x+h)|-|f(x)|}{h}+\dfrac{|f(x)|-|f(x-h)|}{h}$

$=$ $|f|$의 우 $+$ $|f|$의 좌





2. 3대장

- 예비 / 6모 / 9모

8. 함수 $y = 6\sin\frac{\pi}{12}x\,(0 \le x \le 12)$의 그래프와 직선 $y = 3$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 원점을 지나고 곡선 $y = -x^3 - x^2 + x$ 에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4점]

① 2　　② $\frac{9}{4}$　　③ $\frac{5}{2}$　　④ $\frac{11}{4}$　　⑤ 3

10. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수 a에 대하여 $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. $0 < a < b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_{a}^{b} (x^3 - 3x + k)\,dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \ (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t = 0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 구간 $(3, \infty)$에서 점 P의 속도는 증가한다.

ㄴ. $k = -4$이면 구간 $(0, \infty)$에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.

ㄷ. 시각 $t = 0$에서 시각 $t = 5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

> (가) $a_5 = 5$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

① 64　② 68　③ 72　④ 76　⑤ 80

20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

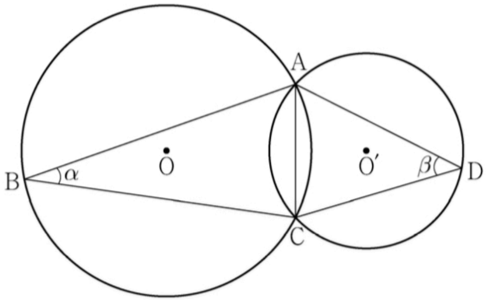
$$a_3 + a_5 = 0, \quad \sum_{k=1}^{6}(|a_k| + a_k) = 30$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{3}{2}, \quad \cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{3}, \quad \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22. 함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 $(p,\ q)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 $\lvert f(x)\rvert$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다. (나) 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $\lvert f(x)\rvert$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $\lvert f(x)\rvert$의 최댓값은 같다.

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(0)=0, \quad f(1)=1, \quad \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$ 의 값은? [4점]

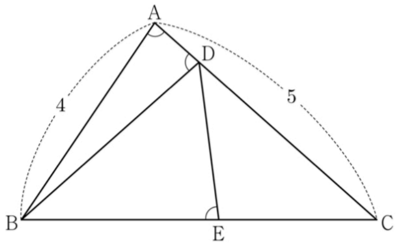
(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0 \le x \le 1) \end{cases}$
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2)=g(x)$ 이다.

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

12. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 구간 $(0, 1]$에서

$$f(x)=\begin{cases} 3 & (0<x<1) \\ 1 & (x=1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=f(x)$를 만족시킨다.

$\displaystyle\sum_{k=1}^{20}\frac{k\times f\left(\sqrt{k}\right)}{3}$의 값은? [4점]

① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

14. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
> (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. $-1 \le t \le 1$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$\left(\sin\frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos\frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \le x < 4\}$에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $-1 \le t < 0$인 모든 실수 t에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$이다.

ㄴ. $\{t \mid \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \,\middle|\, 0 \le t \le \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$인 두 실수 t_1, t_2에 대하여 $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$이면 $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 실수 a와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은
서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
(나) 함수 $f(x)$의 최솟값은 음의 정수이다.

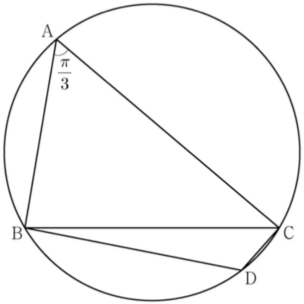
22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 점 A 를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D 에 대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



13. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [4점]

(가) $|a_m| = |a_{m+3}|$인 자연수 m이 존재한다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

① 44　② 48　③ 52　④ 56　⑤ 60

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=f'(2)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)-f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p)-f(p) & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $p=1$일 때, $g'(1)=0$이다.

ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다.

ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx \ge 0$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \leq 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

20. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

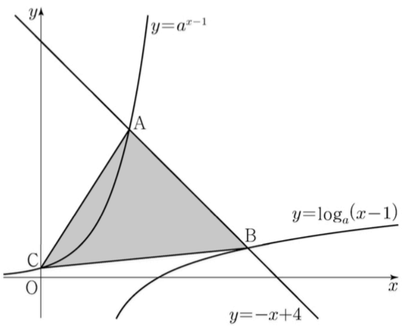
$$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선

$$y=a^{x-1}, \quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

Bonus...

(optional)

21.

자연수 n 에 대하여
수열 a_n 은 다음을 만족한다.

$a_n = n(A_n)$

$A_n = \{(a, b) \mid a^b < (a+b)^n,\ a, b$는 6의 양의 약수$\}$

이 때, $\sum_{n=1}^{5} a_n$ 을 구하여라.

22.

삼차함수 $f(x) = x^3 + px^2 + qx$ 에 대하여

두 함수 $y=g(t)$, $y=h(t)$ 는 다음과 같다.

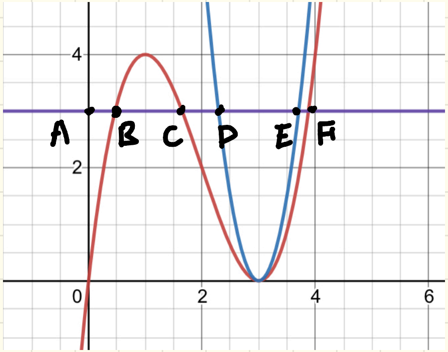
(가) $g(t) = \begin{cases} 1 : \text{중심이 } (t, |t|)\text{이고 반지름이 } r\text{이며 } (r>0) \\ \quad y=f(x)\text{와 만나지 않는 원이 존재할 때} \\ 0 : \text{나머지 경우} \end{cases}$

(나) $h(t) = \begin{cases} 1 : \text{중심이 } (t, -|t|)\text{이고 반지름이 } r\text{이며 } (r>0) \\ \quad y=f(x)\text{와 만나지 않는 원이 존재할 때} \\ 0 : \text{나머지 경우} \end{cases}$

$y=g(t)-h(t)$ 는 $t=\alpha, \beta$ 에서만 불연속일 때,

$|\alpha-\beta|$ 를 구하여라. (단, $\alpha \neq \beta$)

#22



두 함수

$$f(x) = x(x-3)^2$$

$$g(x) = 6(x-3)^2$$

에 대하여, $y = t$ 가 y축, $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 만나는 교점을 그림과 같이 A, B, C, D, E, F 라 하자.

이 때,

$$h(t) = \overline{BC} + \overline{DE} - 3\overline{AC} - \overline{CD} - \overline{EF} - t$$

는 $t = \frac{q}{p}$ 에서 최대이다. p^2+q^2 의 값은?

(단, $0 < t < 4$ 이고 p, q는 서로 소인 자연수)

#21

삼차함수

$$f(x) = x^3 - 3nx^2 + 3n^2x - n^3$$

에 대하여, $f(x) = x - n$ 의 서로다른 세 실근의 합을

a_n 이라고 하자.

이 때,

$$\sum_{k=1}^{2021} (-1)^k k \cdot a_k$$

의 값을 구하여라.

#22

삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와

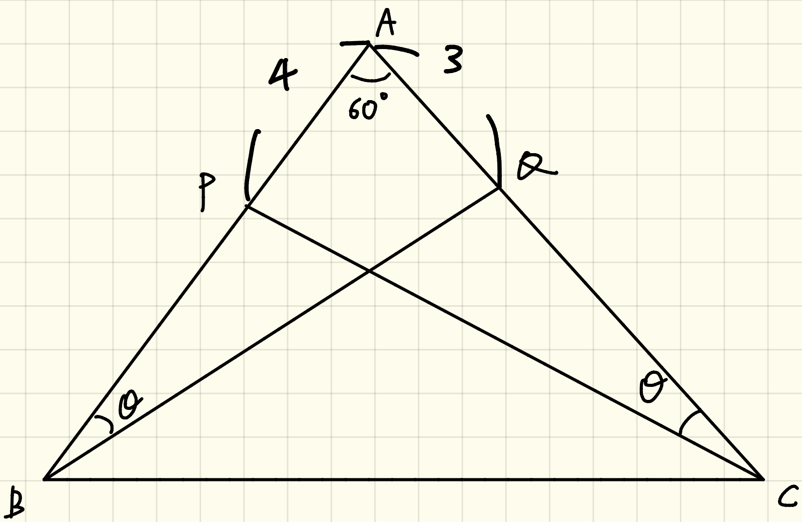
함수 $g(x) = \left| t|x| - |t| \right|$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (-g(x) \le f(x) \le g(x)) \\ g(x) & (f(x) > g(x) \text{ or } f(x) < -g(x)) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분 가능하다.

$F(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{f(s)}{s}\,ds$ 가 $x > 0$ 에서 역함수를 갖는

실수 t 의 최솟값을 구하여라.



θ 로 표현하여라.

(1) $\overline{PQ}$

(2) $\triangle ABQ$

① $\overline{AB}$

② $\overline{BQ}$

(3) $\triangle APC$

① $\overline{AC}$

② $\overline{PC}$

(4) $\triangle PBC$

① $\overline{PB}$

② $\overline{PC}$

③ $\overline{BC}$

(5) $\triangle QBC$

① $\overline{QC}$

② $\overline{QB}$

③ $\overline{BC}$

(6) $\triangle ABC$

① $\overline{AB}$

② $\overline{AC}$

③ $\overline{BC}$

#21.

양수 a 에 대하여 $x \geq a$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \left| a^{2x} - a^{x+1} + 4 \right|$$

일 때, $y = f(x)$ 의 그래프가

직선 $y=2$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수가

3 이 되도록 하는 a의 범위를 모두 구하여라.

#22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to 0+} f(x) \cdot g\left(\frac{1}{x}\right) = -8$$

이고, $h(x) = \dfrac{f(x) + g(x) - |f(x) - g(x)|}{2}$ 이라 할 때,

다음 조건이 성립한다.

(가) $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고,
$g(x)$는 $g(0) = 0$인 이차함수이다.

(나) $h(x)$는 서로 다른 두 점에서만 미분 불가능하다.

(다) $h(x)$가 극댓값을 갖는 x값은 하나이다.

$f(2) \times g(3)$의 값을 구하여라.