칼럼

매년 반복되는 수험생활에서, 수험생들은 지금시기부터 빠르면 3월, 늦으면 6월까지 기출학습을 합니다. 이 칼럼을 쓰기엔 이미 다들 나름대로의 방향을 잡고 공부를 시작했을 듯하지만, 아직 1월이고, 지금도 방향을 찾아헤메고 있을 수험생들을 위해 이 칼럼을 씁니다.

고3 시절 기출만 15회독을 했던 사람으로서, 그 해 수능수학을 망친 사람으로서, 재수 전 두달간의 사색을 거쳐 그 다음해 100점을 현장에서 쟁취한 사람으로서 기출분석의 전반적인 소개와 예시, 여러 조언을 섞은 이 칼럼이 앞으로의 공부에 많은 도움이 되길 빕니다. 물론 개인적인 견해일 뿐임을 인지하고 읽어주시기 바라며 하지만 이정도면 앞으로의 방향고민에 충분한 해답이 되지 않을까 생각합니다. 서론이 길었네요. 바로 시작합니다.

기출분석이란 용어는 거의 10년이 넘게 언급되고 있는데, 정답은 없습니다만 너무 단순하게 접근하거나 너무 과몰입하는 경향이 있습니다. 단순하게 접근하기엔 그간 쌓인 기출이 너무 많고 이것도 한번 제대로 못보는 학생들이 많습니다. 그렇다고 과몰입 하기엔 이제 시중문제들이 많이 수준이 올라왔죠. 양도 많구요. 이 칼럼에선 단순접근부터 시작해서 차근차근 올라가보려고 합니다.

0. 기출분석이란 무엇이고 왜하는가

매해 시험이 뒤죽박죽이고 경향성이란게 없다면 무의미한 행위이겠지만 매년 출제원도 동일하고 출제경향도 어느정도 흐름이 있습니다.
그러므로 단순하게 먼저 생각해보면, 시험의 측면에서 이전에 나왔던 문항들과 그 풀이가 수능에서 반복되는 경향이 있습니다.
나아가 최근트렌드와 평가원의 문제출제성격을 알 수 있습니다.
개념적인 측면에선 배운 개념들이 어느정도 선까지 묻는지, "어떻게" 묻는지를 알 수 있습니다.
그러므로 결국은 "이전 기출들을 풀어봄에 따라 앞으로 내가 볼 수능에서 이득을 취하겠다." 가 주요목적인데, 대부분의 학생들은 "이전기출에서 등장한 비슷한 유형-소재의 문제가 수능에 등장해서 맞춰냄"정도의 이득밖에 얻지 못합니다.

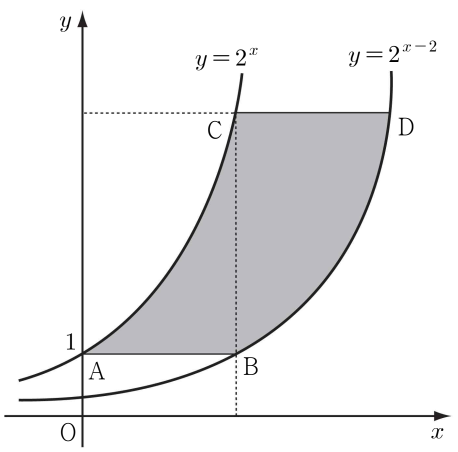
1. 기출분석의 예시 : 겉핥기와 개별문항분석

(이렇게"만"하지 말라는 느낌으로 올리는 겁니다.)

겉핥기부터갈까요? 다음 두 문항을 봅시다. 아래 빈 공간에 가볍게 풀어보세요.

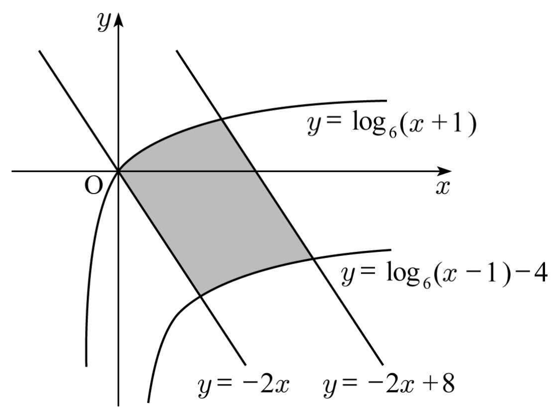
[예시문제01]

다음은 지수함수 $y=2^x$과 $y=2^{x-2}$의 그래프이다. 두 선분 AB, CD와 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, S의 값을 구하시오. (단, 점선은 x축 또는 y축과 평행하다.) [4점][2007년 5월 나30]



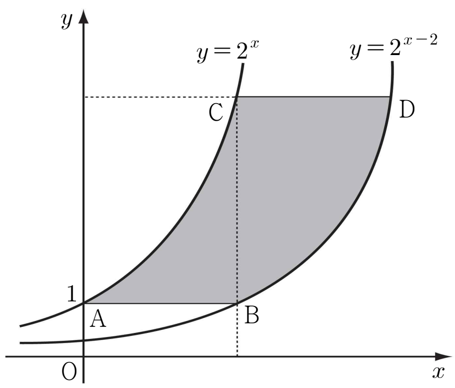
[예시문제02]

그림과 같이 두 곡선 $y=\log_6(x+1)$, $y=\log_6(x-1)-4$와 두 직선 $y=-2x$, $y=-2x+8$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점][2010년 3월 가30]

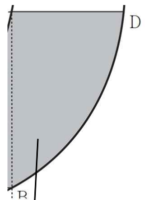


겉모양이 매우 비슷하쥬? 풀이 또한 동일합니다.

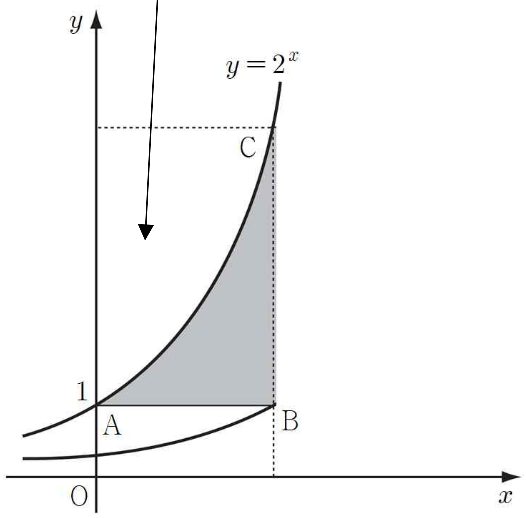
[예시문제01 : 해설]



우리는 지수함수의 넓이공식을 배운적이 없으므로(수1-수2한정) 저 넓이를 식으로 구할 순 없습니다. 그래서 주어진 넓이를 적절히 변형해보려 합니다. 그림에서 세 점 $\mathrm{C,B,D}$ 로 구성된 부분의 넓이를 떼서



여기에 넣어줍니다.

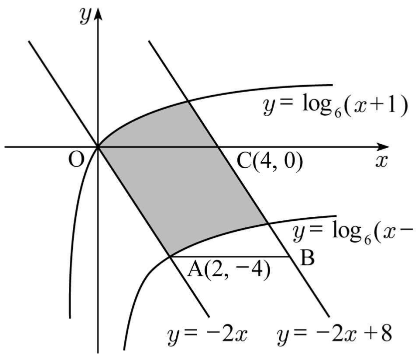


그럼 직사각형이 나오겠네요? 점 B의 x좌표는 2이고 점 C의 y좌표는 4이므로 직사각형의 밑변은 2, 높이는 3이므로 넓이는 6이 됩니다.

[예시문제02 : 해설]

시중해설로 대체합니다.

주어진 두 곡선과 두 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이는 그림과 같이 평행사변형 OABC 의 넓이와 같습니다.



$y=\log_6(x-1)-4$ 의 그래프는 $y=\log_6(x+1)$ 의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 2, -4 만큼 평행이동시킨 것입니다.

원점을 x축, y축의 방향으로 각각 2, -4 만큼 평행이동 시키면 $(2,\ -4)$ 이고, 점 $(2,\ -4)$ 는 직선 $y=-2x$ 위의 점입니다.

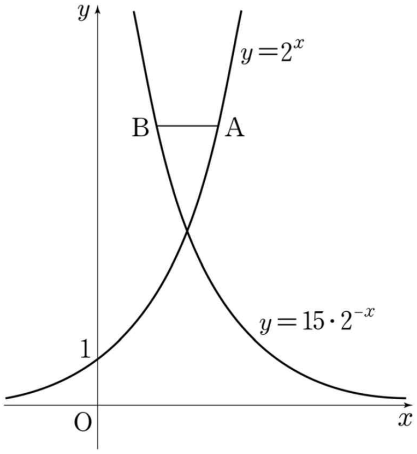
따라서 $y=\log_6(x-1)-4$ 의 그래프와 직선 $y=-2x$ 의 교점 A의 좌표는 $\mathrm{A}(2,\ -4)$이다. 이때, 점 C 의 좌표는 $(4,0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{OC}}=4$ 이고, 평행사변형 OABC 의 넓이는 $4\times4=16$ 이다.

즉, 2007년의 기출인 저 문항을 “떼서 붙이는 풀이가 있구나”로 학습하면 2010년 3월에 나온 변형문항을 보자마자 풀 수 있습니다.

이게 나쁜걸까요?

아뇨. 나쁘다 한적없습니다. 하지만 대부분 학생들이 이정도 선에서 끝납니다. “풀어보니 반복되더라” = “풀어보니 (겉모양이) 비슷한 요소로 출제하더라” 급으로 밖에 해석을 못합니다.
하지만 이렇게“만” 분석을 하면 단점이 분명있죠. 다음문항을 봅시다.

[예시문제03]
그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15\cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 의 x 좌표를 a 라 할 때, $1<\overline{AB}<100$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a 의 개수는? [4점][2013년 6월 가17나20]



① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

이 문제는 “잘라붙이는” 외형이 아니므로 아예 다른 문제라 생각하고 접근할 수 있습니다. 사실 저 두 문항을 제외한 모든 문제는 잘라붙이는 외형이 아닙니다.
즉, 잘라붙이는 것처럼 학습하면 언제 나올지 모르는 채로 또 다른 풀이를 학습하고, 또 배우고 또 배우고 또 배우고 하면서 머릿속에 풀이만 쌓아갈뿐이죠.
아 물론 쌓아가면서 잊어가겠죠 비슷한문제가 안나오니깐.

그럼 어떻게 학습해야하는가?

이론적으론
“개념을 기반으로한 보편적인 풀이(=사고과정)을 훈련 및 학습”
하면 됩니다. 다음장에서 풀이봅시다.

[예시문제03 : 해설]
(참고로 다른 풀이도 적용가능한 문제입니다.^^)
두 식이 주어져있으므로, 평행이동과 대칭이동의 여부를 확인해봅시다.
$15\times 2^{-x}=2^{-x+\log_2 15}$ 이므로 2^x를 y축 대칭한 후 오른쪽으로 $\log_2 15$만큼 평행이동한 함수입니다.
관계가 주어져 있으므로 이것을 활용해서 답을 내봅시다.

점 A의 x좌표가 a이므로 이것을 y축으로 대칭시킨 점의 x좌표는 $-a$입니다. 그 후 이것을 x축의 양의 방향으로 $\log_2 15$만큼 평행이동시킨 점의 x좌표는 $-a+\log_2 15$입니다.
그런데 이 점이 바로 $'\mathrm{B}'$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=a-(-a+\log_2 15)=2a-\log_2 15$ 가 됩니다.

즉, $1<2a-\log_2 15<100$이 되고,
$\log_2 15<\log_2 16=4$ 이므로 $\log_2 15=3.\mathrm{X}$라고 두고 풀면 됩니다.

$1+3.\mathrm{X}<2\mathrm{a}<100+3.\mathrm{X}$ -> $4.\mathrm{X}<2\mathrm{a}<103.\mathrm{X}$
$2.\mathrm{X}<\mathrm{a}<51.\mathrm{X}$이다. 즉 a의 개수는 3에서 51사이, 49개이다.

즉, 예시문항 01, 02 는 “잘라붙이는”문제가 아닌,
두 식이 주어져있고 두 식은 평행이동과 대칭이동이라는
“개념”이 적용된 식이므로 그것이 출제의도이므로(일부든 전부든)
그것을 활용한 풀이입니다.

잘라붙이는 풀이이구나

가 아니라

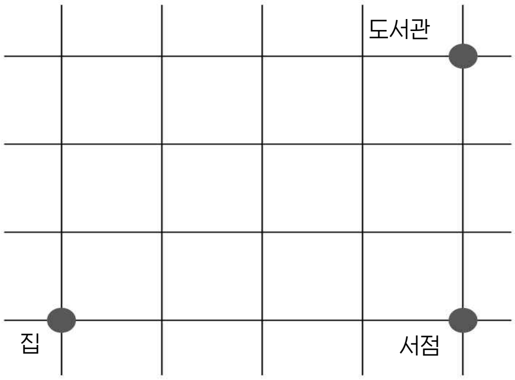
왜 잘라붙이는 풀이를 냈을까? 아 평행이동한 두 그래프니깐
동일한 그래프 일것이고 그럼 굴곡도 동일할것이니 잘라붙여도 쏙
들어가겠구나

입니다. 해서 잘라붙이는건 주 사고과정이 아니란 것이죠
설마 그걸 출제의도로 냈을까요?

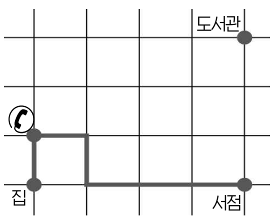
이처럼 겉핥기 식의 기출학습은 큰 이득이 없습니다.
“삼각함수&도형”처럼 대놓고 도형 계속 나와주는 문제면야
이득이 있겠지만 잘라붙인다고 기출분석하는 정도면
외관이 같은 문제라도 분석을 어떻게 할지는 예상이 갑니다.
다음 파트 이야기를 해봅시다.

이제 개별문항에 대한 이야기를 해봅시다.
공통문항으로 하고 싶었으나(..) 딱 떠오르는게 이것뿐이라
확통으로 좀 가겠습니다^-^

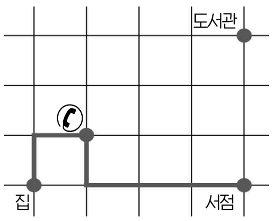
[예시문제04]
그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.



철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다.
예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나, 같은 경로이다.



[그림1]



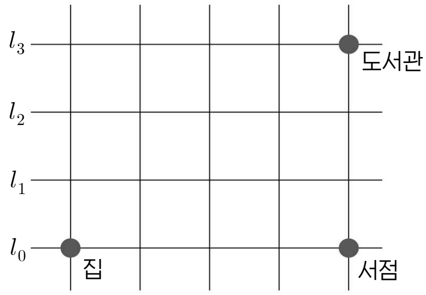
[그림2]

철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오. (단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.) [4점][2012년 7월 가30]

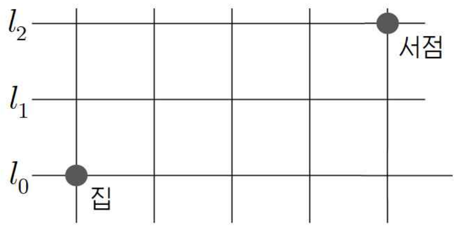
풀어보셨나요? 이 문제는 제가 고2에서 고3올라가기전 겨울방학에 부모님 손에 이끌려갔던 학원에서 배운 풀이라 아직도 기억이 납니다. 풀이가 오졌었거든요.

보통 경로문제는 같포순을 씁니다. 해서 경로를 구성하는 각 요소의 개수만 구해서 답을 내면 됩니다.
그런데 옆 문항은 올라갔다가 “내려온다”라는 요소 때문에 쉽게 풀리질 않습니다. 케이스를 나눠도 중복인 것을 제거 못하면 틀린답이 나오구요.

제가 배운해설은 다음과 같았습니다.



각 열을 l_0부터 l_3까지 이름붙인다음 생각해봅시다.
우리는 올라만가는 경로를 구해봤기 때문에, 올라갔다가 내려오는 건 풀기 힘듭니다. 그럼 무얼하면될까요? 네. 올라만가는걸로 바꾸면 됩니다. 즉 l_1에서 전화받아서 내려간 경로를 구하려면, l_1을 접는선으로 해서 접어올리면 됩니다. 그럼 서점이 l_2에 위치하겠네요



그럼 이제 같포순 써서 답내면 됩니다.
i) 연락 받은 교차로가 l_0에 있는 경우: 1
ii) 연락 받은 교차로가 l_1에 있는 경우: $\dfrac{6!}{4!\,2!}$
iii) 연락 받은 교차로가 l_2에 있는 경우: $\dfrac{8!}{4!\,4!}$
iv) 연락 받은 교차로가 l_3에 있는 경우: $\dfrac{10!}{4!\,6!}$

어린 시절 위 풀이를 보고 너무 놀랐던 기억이 있었습니다.
반대로 걱정도 있었죠. 내가 저생각을 현장에서 할 수 있을까?
근데 사실 걱정해야할 건 그게 아니라 다음과 같습니다.

[저 풀이가 다른 문제에 보편적으로 적용이 가능할것인가?]
=(내가 이 풀이를 학습함으로써 이득을 취할 수 있을까?)

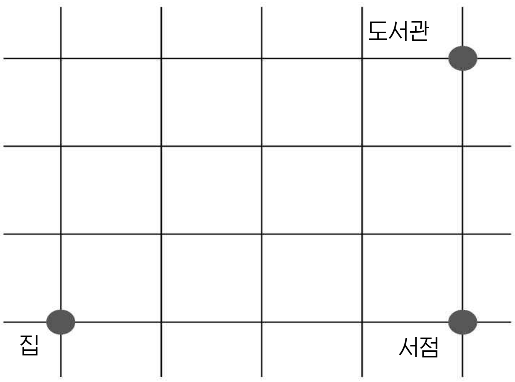
애석하게도 2012년 이 문제가 나온 뒤로 고2기출에서 한번을 제외하고 단 한번도 위로 접어올린 문제가 출제된 적이 없습니다.

상식적으로 생각하면 당연한 것 같습니다.
여러분은 저 풀이에 대해 어떻게 생각하고 평가하시나요?
멋있나요?
과연 평가원,교육청이 "접어올리는 행위"를 평가하려고 출제한 문제일까요? 여러분은 너무 문제"하나"를 이쁘고 빠르게 푸는데에 집착한 것 아닐까요?

이에 대한 제 생각은 아래와 같습니다.
1. 현장에서 풀이가 막혀서 저 풀이가 떠올라서 풀었다
   = 너무 멋있음. 너의 머리와 피지컬로 잘 뚫었네.
2. 그러나 그 이후 수험생들에게 저 풀이를 가르친다? 놉. 보편적인 풀이가 아님.
3. 즉 해당년도 수험생 외엔 무쓸모풀이입니다.

그래. 그렇다 치자. 그럼 옳은 풀이는 뭐냐?
다음과 같습니다.

[예시문제04]
그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.

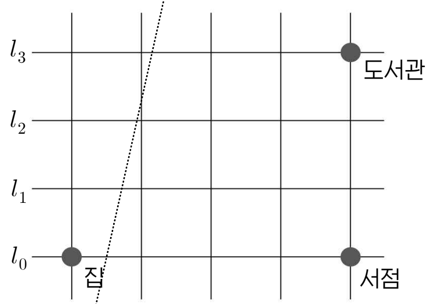


철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 <u>약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로</u> 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다.
…

문제를 잘보면, 가다가 "연락을 받고" 방향을 틉니다.
해서, 이 문제는 올라가는 경로와 내려가는 경로가 모두 존재하나, 올라가야만 내려갈 수 있습니다. 즉, 두 종류의 경로는 **<u>순서가 존재합니다.</u>**

보통 순서가 존재하면 다음과 같이 풉니다.
1) 순서가 존재(=확정)하니 같게 놓고 풉니다.
2) 순서가 이미 정해져있는 것을 미리 배치후 남은 것들을 배치합니다.

둘다로 풀어보겠습니다. l_2에서 전화받았다고 가정합시다.



1) 결국 모든 경로는 $\uparrow, \uparrow, \downarrow, \downarrow, \rightarrow, \rightarrow, \rightarrow, \rightarrow$
이고, 올라가야만 내려가므로 무조건 올라가는 경로가
먼저와줘야합니다. 해서 올라가는것과 내려가는 것을
같게 본다면 마치 $\uparrow, \uparrow, \uparrow, \uparrow, \rightarrow, \rightarrow, \rightarrow, \rightarrow$와 같습니다.
즉 $\frac{8!}{4!4!}$이 경로의 수가 됩니다.

2) 총 8개의 경로에서 순서가 정해져있는 4개의 경로를
미리 배치합니다.
□↑□↑□↓□↓□
이제 네모영역에 넣을 수 있는 →가 4개 있으므로,
총 5개 영역에 → 4개를 중복허락해서 넣어주면 된다.
${}_5H_4$가 됩니다.

네. 이게 맞죠. 이 문제의 출제전기출, 출제후기출 모두에서
위와 같은 성격의 문항을 만나볼 수 있습니다.

즉, 보편적으로 적용가능한 풀이이므로 위 문항은
전형적인 풀이를 가진 "낯선문항"이라 생각할 수 있습니다.
현장에서 피지컬과 뇌로 풀기이전에 항상 반복해서 풀어내던 그
풀이를 그대로 적용해서 순삭하고 다음 문제로 넘어가는게
고정100 받기 더 수월하지 않나 싶습니다.

2. 기출분석의 예시 : 개념의 적용과 보편적 풀이

공통과목인 수2로 세 문제만 보겠습니다. 첫 문제는 매우 쉬운걸로 가봅시다.

[예시문제05]

함수 $f(x)=x^3+ax^2+(a^2-4a)x+3$이 극값을 갖도록 하는 모든 정수 a의 개수는? [3점][2014년 4월 가07]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3점이므로 바로 풀겠습니다.
극값을 그래프로 해석하는 것 아닌이상, 극값의 정의인 "도함수의 부호변화"를 활용하는게 맞습니다.
해서 풀이는 다음과 같습니다.

[예시문제05 : 해설]

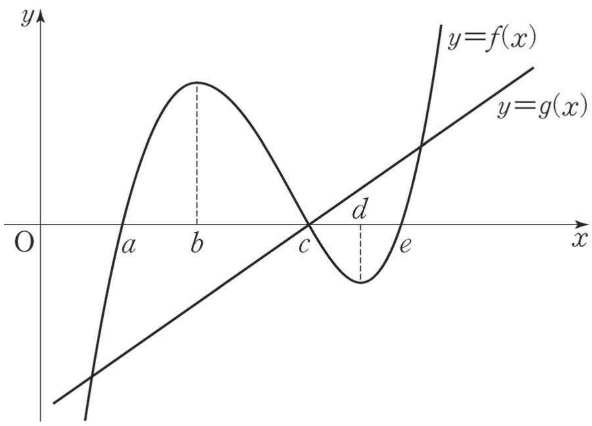
"극값을 갖도록"="도함수의 부호변화 존재"
미분하면, $f'(x)=3x^2+2ax+(a^2-4a)$ 이므로
이차함수가 부호변화가 존재하려면 두 근을 가져야 합니다.
즉 $D>0$이므로 $4a^2-12(a^2-4a)=-8a^2+48a>0$
그러므로 $a^2-6a<0$, $0<a<6$이 됩니다.

해서 $a=1,2,3,4,5$ 5개가 됩니다. 정답은 1번.

그럼 이런 3점짜리를 어떻게 비킬러, 준킬러화 할까요?
하나씩 봅시다. 해설은 다음페이지에서 하겠습니다.

[예시문제06]

삼차함수 $y=f(x)$와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$이다.



함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=p$와 $x=q$에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p<q$) [4점][2016년 6월 나18]

① $a<p<b$이고 $c<q<d$
② $a<p<b$이고 $d<q<e$
③ $b<p<c$이고 $c<q<d$
④ $b<p<c$이고 $d<q<e$
⑤ $c<p<d$이고 $d<q<e$

[예시문제06 : 해설]
신기하게 이 문제를 풀 때 $f(x), g(x)$의 식과 그래프에 집중합니다. 아예 $f(x)g(x)$의 식을 뽑아내서 $x=p, x=q$를 구해내려합니다.

여기서 하나만 소개하고 정식풀이를 소개하겠습니다.
"비교선지"라 부르는 건데, 위에 ①번처럼 부등식으로 등장한 선지를 일컫는 것입니다. 보통 ㄱ,ㄴ,ㄷ 문제에 많이 나옵니다.

[비교선지]

① $a<p<b$이고 $c<q<d$

1) 값x
보통 p값이 구해지거나 구해야하는 문항은 저런식으로 묻지 않습니다. 만약 p값을 구해야하는 문제는

ㄱ. $p=\frac{1}{4}$

이런식으로 묻습니다.
해서, p의 값이 아닌 "비교"를 시키는 선지는 p의 값을 구하려 하면 안됩니다.

2) 속성같다.
그렇기 때문에, 비교를 하려면 비교대상 모두 속성이 같아야 합니다.
우리가 80과 180은 비교할 수 있으나 $80kg$과 $180cm$는 비교할 수 없습니다.
(물론 이 문제는 a,b,c,d,e,p,q모두 x좌표라고 명백히 나와있으므로 크게 어렵지 않게 적용가능합니다.)

3) 비교값은 이유존재
그런데 비교하는 대상으로 주어진 문자나 값은 그냥 주어진 값이 아닙니다. 가령

ㄱ. $p<\frac{1}{4}$

에서 $\frac{1}{4}$ 은 그냥주어진 값이 아닙니다. 출제자가 고민하다가 "난 $\frac{1}{4}$이 좋으니깐" 이러면서 출제하진 않겠죠.
해서 문제에서 빠르게 "$\frac{1}{4}$의 의미"를 찾으시는게 맞습니다.
여기서 2)에서 소개한 속성을 적용해서 만약 x좌표라면 $\frac{1}{4}$이라는 "x좌표"를 어떻게 찾거나 활용할지를 고민하면 됩니다.

이야기가 길었네요. 결국 ①선지 보자마자 p,q구할생각은 접으시면 됩니다.

올바른 풀이를 해보겠습니다.
문제에서 다음 표현이 있죠.

> 함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=p$와 $x=q$에서 극소이다.
> 다음 중 옳은 것은? (단, $p<q$) [4점][2016년 6월 나18]

주목할건 "극소"라는 표현입니다.
그러므로 보자마자 "도함수의 부호변화 $-$에서 $+$"만 생각하면 됩니다.

해서 바로 미분합시다.
$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$에
$x=a$를 대입해보자.
$f'(a)g(a)+f(a)g'(a)$가 된다.
$f'(a)>0,\ g(a)<0$이므로 $f'(a)g(a)<0$이고
$f(a)=0$이므로 $f(a)g'(a)=0$이 된다.
그러므로 $f'(a)g(a)+f(a)g'(a)$는 음수 $+0$이므로 음수이다.

$x=b$를 대입해보자.
$f'(b)g(b)+f(b)g'(b)$가 된다.
$f'(b)=0$이므로 $f'(b)g(b)=0$이다.
$f(b)>0$이고 $g'(b)>0$이므로 $f(b)g'(b)$는 양수이다.
즉, $f'(b)g(b)+f(b)g'(b)$는 양수이다.

$x=c$를 대입해보자.
$f'(c)g(c)+f(c)g'(c)$가 된다.
$f'(c)<0$이고 $g(c)=0$이므로 $f'(c)g(c)=0$이 된다.
$f(c)=0$이므로 $f(c)g'(c)=0$이 된다.
즉 $f'(c)g(c)+f(c)g'(c)=0$이 된다.

$x=d$를 대입해보자.
$f'(d)g(d)+f(d)g'(d)$가 된다.
$f'(d)=0$이므로 $f'(d)g(d)=0$이다.
$f(d)<0$이고 $g'(d)>0$이므로 $f(d)g'(d)$는 음수이다.

$x=e$를 대입해보자.
$f'(e)g(e)+f(e)g'(e)$가 된다.
$f'(e)>0$이고 $g(e)>0$이므로 $f'(e)g(e)$는 양수이다.
$f(e)=0$이므로 $f(e)g'(e)$는 0이 된다.
그러므로 $f'(e)g(e)+f(e)g'(e)$는 양수이다.

즉, 음수 $\rightarrow$양수로 변하는 부분은
구간 $[a,b]$, 구간 $[d,e]$뿐이므로, 답은 2번이 된다.

이번 수능문제를 통해 한번더 학습해봅시다.

[예시문제07]
실수 $a(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)dt-\int_0^x t^2 f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은?
[4점][2021학년도 수능 나20]

① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

무려 오답률 4위 문항이었습니다. 과연 틀린 학생들은
방금 푼 2016년 6월 문항을 어떻게 풀었을지 궁금하네요.
풀어봅시다. 해설은 다음페이지에.

[예시문제07]

실수 $a(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)dt-\int_0^x t^2 f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은?
[4점][2021학년도 수능 나20]

① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

[예시문제07 : 해설]

<u>최대한 자세하게 서술하겠습니다.</u>

문제에서 “극값을 갖도록” 이라고 했으므로 역시
“도함수 부호변화”로 연결해줍시다.

미분하면 $g'(x)=2x\int_0^x f(t)dt+x^2f(x)-x^2f(x)$이므로

$g'(x)=2x\int_0^x f(t)dt$가 됩니다.

그런데, 풀기전에 몇 가지 정보만 짚고 갑시다.
문제에선 $f(x)$는 삼차함수이므로

$\int_0^x f(t)dt$는 사차함수입니다. 또한 $x=0$을 대입하면 0이

나오므로 사차함수 $\int_0^x f(t)dt$는 x를 인수로 갖는 함수입니다.

이제 풀어보겠습니다. 차근차근 가볼테니 잘 따라오세요.

위 정보를 활용하면, $g'(x)$는 $2x\int_0^x f(t)dt$, 즉 인수 x만 벌써 최소 2개를 갖고 있습니다. ($2x$에서 한 개, $\int_0^x f(t)dt$에서 최소 한 개)

또한 사차함수 $\int_0^x f(t)dt$의 도함수 $f(x)$가 문제에서 주어져있는데, $f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$라는 것은

사차함수 $\int_0^x f(t)dt$가 $x=0$에서는 극값을 갖지 않는다.

라는 것이므로 사차함수 $\int_0^x f(t)dt$는 x를 한 개 혹은

세 개만 갖는다는 것을 알 수 있습니다.
(두개 갖고있으면 0에서 접하는 개형이 나오겠죠.)

종합하면!!!! $g(x)$의 극값이 하나만있으므로

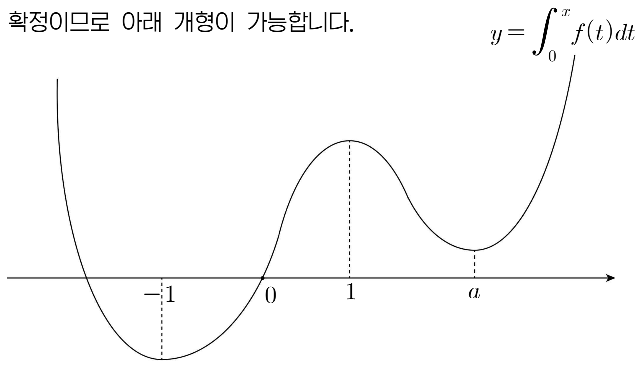
$g'(x)=2x\int_0^x f(t)dt$의 부호변화는 한번만 있다.

그런데 $g'(x)$가 x를 두 개 갖고 있다면

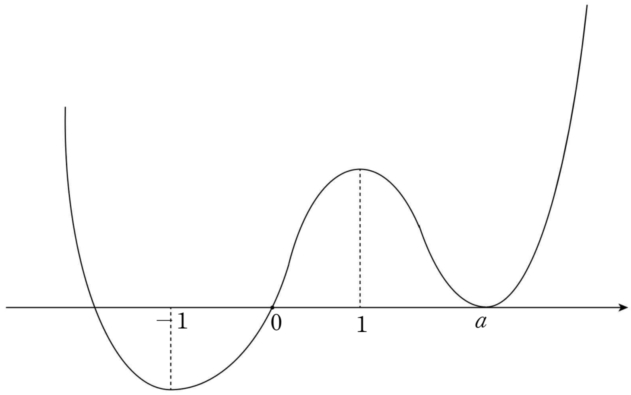
$g'(x)=x^2(\quad)$ 형태이므로 $x=0$에선 부호변화가
없고, 나머지 뒷부분 삼차식에서 부호변화가 한 개만
있어야 합니다.

그러므로 $2x\int_0^x f(t)dt$에서 사차함수 $\int_0^x f(t)dt$는

x를 한 개 갖고 나머지 항들은 $(\quad)^1$처럼 1승 하나, 나머지는
접하기만 하거나 근이 없어야 합니다. 또한
$x=-1, x=1, x=a$ 에서 극값을 갖는게
확정이므로 아래 개형이 가능합니다.



그런데 묻는건 a의 최댓값이므로 부호변화가 있기 직전인
접할 때 임을 쉽게 알 수 있습니다.



해서 $f(x)$를 적분한 뒤 $x=a$를 대입하면 0이 나옴을
활용해서 $a=\sqrt{6}$임을 알 수 있습니다.

위 세 문항을 보면 알 수 있듯이, 한 개념과 관련된 표현이 일관되게 적용되는 것을 알 수 있습니다.

해서 가급적 기출분석을 할 때, 개별문항의 풀이를 학습하는데에 집중하는 것보단 각 단원과 유형을 관통하는 맥락을 잡아가는 것에 집중하는 것이 맞습니다.

이 짧은 칼럼을 통해 전부보일 순 없었지만, 단순 개념과 표현의 반복 외에도 여러 가지들에서 맥락을 찾고 연결지을 수 있습니다.

3. 기출분석의 한계

그런데 설마 이 기출분석이 100점을 가져다 준다고 생각하는건 아니죠? 과거엔 그럴 수도 있었겠으나 지금은 아닙니다. (사실 과거수능들도 그럴 수 없다 봅니다.) 왜 그런지 무슨 한계가 있는지 차근차근 봅시다.

1) 과거는 미래를 보장할 수 없다.
당연한거 아닐까요? 그냥 지금껏 집중적으로 다루지 않은 개념부분을 완전 낯선 형태로 내면 그만입니다.
혹 그런 생각해본적 없나요? 지금 여러분이 풀고 있는 모든 기출문제들의 소재와 유형은 그 "최초"의 기출이 있을 겁니다.
그건 어떻게 현장에서 풀까요? 그 문제의 풀이를 학습시켜줄 과거문제는 없을텐데 말이죠.
결국은 내가 알고있는 개념이라는 울타리와 본인의 사고력이 해결해줄겁니다. 기출소재가 아니라요.

2) 회독의 한계
기출분석을 통한 도구를 계속 더더더더 낯선 문제를 통해 연습을 해야하는데, 기출에만 머물러 있으면 그 이상의 연습이 불가능합니다. 또한 3-4회독 이상부턴 기억이 스멀스멀 나기 때문에 효율적인 측면에서도 많이 떨어집니다.
같은 영화를 여러번 본다고 칩시다. 2-3회차정도까진 그전엔 안보이던게 보이므로 효율이 살아있겠지만 계속 회차수를 키워나가면 안보이던게 보이는 정도는 급격히 떨어질 겁니다. 무의미한 시간날리기 셈이죠.
또한 3등급이 기출을 100번 본다고 3등급 이상의 것을 뽑아낼 수 있을까요?

더더더 나열할 수 있지만 그냥 이 두 개로 한계는 명확해 보입니다.
그러므로 저는, 기출분석이 다음과 같다 생각합니다.

"앞으로 체화할 도구의 마련 및 평가원의 출제지침 확인"

기출을 통해 체화한다라기 보단, 여기서 도구를 마련하고 차후 낯선문제를 통해 학습하면서 도구의 체화 및 사고력의 증대를 하는게 맞다 생각합니다. 기출에만 머물기엔 아직은 문제수가 부족합니다. 그리고 상대평가죠. 남들이 기출하나도 다 못끝낼정도면 기출만하고 들어가겠습니다만 현실은 그렇지 않죠.

4. 그러면 어떻게 공부해야하는가?

이 칼럼은 기출을 하지말라. 라는 목적이 아닙니다.
기출만 하지마세요 + 기출할땐 이렇게 하세요.
입니다.

보통 고3기준 6월직전 재수생기준 3월 직전 까지 기출회독이 끝난다 생각하면, 그 때까진 마냥 문제풀고 해설보고 끄덕끄덕 이 아닌 나름의 주체적인 기출분석관을 가지고 최대한 많이 뽑아가자입니다. 물론 요새는 강의와 인강이 너무잘되어 있어서 이런도구와 사고를 잘 전달해줍니다만 스스로 푸는 과정에 있어서 이 칼럼을 밑바탕삼아 고민해보자는 겁니다.

저는 고3 때 기출을 15회독했습니다.
결과는 좋을 수가 없겠죠. 사실상 5회독 이후부턴 무의미한 샤프질 뿐이었습니다.

차라리 거기서 얻은 나름의 도구들 (지금 생각하면 도구라 쳐도 완벽하지 않다 생각합니다. 3등급 짜리데 1-2등급 가치의 도구를 잘 뽑아냈을까요?)을 가지고 낯선문항에 도전하면서 도구를 잘 제련하고 수정해나갔다면 더 좋은 결과를 얻었을거라 생각합니다.

그럼 반대로 문제만 많이 풀어주면 점수가 나와주냐?
아니라고 봅니다.(정도의 차이)
기출분석을 통해서 체화할 도구와 목적을 마련한 뒤 그 도구와 목적을 연습하는 "수단"이 문풀이라 봅니다.
유기성을 갖는다는 겁니다.
저는 재수때도, 일부러, 고지식하게 최대한 수단과 개념내에서만 모든 문제를 해결하려 노력했습니다.
물론 문풀하면서 얻게되는 팁들은 얹혀두었으나 항상 메인풀이로 일관되게 푸는 연습을 했던 것 같습니다.

그런 부단한 노력으로 1년을 보내면 현장에서 글쎄요 30번 외엔 딱히 고민하는 순간이 없던 것 같습니다.
지우개 아직 안꺼낸걸 30번쯤 가면 깨닫죠.

모든 공부가 다 마찬가지 아닌가 싶습니다.
사고과정과 도구의 마련, 그리고 그것의 체화
그리고 현장에선 쏟아낼 뿐이죠 풀이를 고민하는게 아니라.

앞으로 칼럼에선
단원별칼럼(단원, 유형은 랜덤으로 하겠습니다.)
공부법 칼럼(아마 시기별로 갈것같습니다.)
을 올릴 예정입니다.
매주 금~일 사이로 올라옵니다. 감사합니다.