평면기하 정리

Ⅰ. 삼각형 : 닮음

2. 닮음

다음으로는 닮음에 대해 살펴봅시다. 앞서 합동 단원에서, 두 삼각형의 합동 관계가 유용한 정보를 주는 이유는 한 삼각형의 정보를 다른 삼각형으로 옮길 수 있기 때문이라고 배웠습니다.

두 삼각형의 닮음 관계를 찾아내는 것이 중요한 이유도 비슷합니다. 두 삼각형이 닮음임을 알게 되면, 한 삼각형에서 얻은 정보를 다른 삼각형으로 옮길 수 있기 때문입니다. 다만 합동 관계와는 다르게, 닮음 관계인 두 삼각형의 성질이 완전히 일치하지는 않습니다. 이때 두 삼각형 간의 관계를 설명하는 연결고리가 바로 닮음비입니다.

두 삼각형이 닮음이 될 조건에 대해 알아봅시다. 대표적인 조건들로는 아래 세 가지가 있습니다.

1) 대응하는 세 변의 길이비가 같은 두 삼각형은 닮음이다.
2) 세 각의 크기가 같은 두 삼각형은 닮음이다.
3) 대응하는 두 변의 길이비와 그 끼인각이 같은 삼각형은 닮음이다.

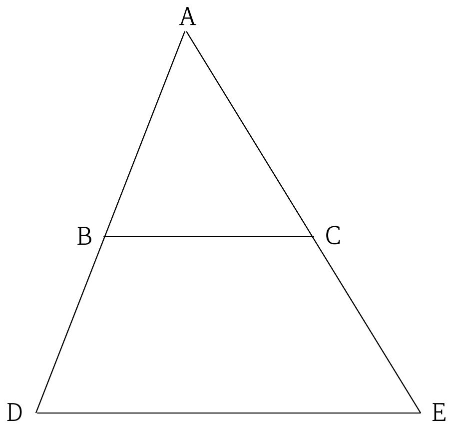
위 조건들은 두 삼각형이 닮음일 필요충분조건입니다. 즉, 위 조건을 만족하면 닮음일 뿐만 아니라 닮음인 두 삼각형은 위 성질들을 모두 갖게 됩니다.

이제 닮음비에 대해 살펴봅시다. 두 삼각형의 닮음비가 $m:n$이라는 것은, 한 삼각형을 이 비율로 확대/축소 시키면 다른 삼각형과 일치하게 됨을 의미합니다. 이로부터 다음과 같은 성질들을 알아낼 수 있습니다.

1) 대응하는 변의 길이비는 닮음비($m:n$)과 같다.
2) 대응하는 변이 아니더라도, 두 삼각형에서 같은 과정으로 얻어진 선분의 길이비 역시 닮음비와 같다. (예를 들면, 외접원의 반지름 / 내접원의 반지름 / 중선의 길이 / 각 이등분선의 길이 ... 등 같은 과정을 통해 작도되는 선분의 길이비는 닮음비와 같게 됩니다.)
3) 두 삼각형의 넓이비는 닮음비의 제곱($m^2:n^2$)과 같다.

많은 문제에서 닮음비를 활용해 길이나 넓이를 구해내므로 위의 성질들은 꼭 기억하고 있어야 합니다.

닮음이 활용되는 대표적인 상황 중 하나가 바로 평행입니다.



위 그림에서 선분 BC와 선분 DE가 평행이라면, 삼각형 ABC와 삼각형 ADE는 닮음이 됩니다. 특히 두 삼각형의 닮음비를 $m:n$이라 두면 AB : AD = AC : AE = BC : DE = $m:n$이 성립합니다. 여러 문제에서 변의 길이를 구할 때 위와 같은 상황을 자주 활용하게 되므로, 평행인 선이 보이면 닮음을 활용하는 것을 한 번쯤 고려해야 합니다.

반대로, AB : AD = AC : AE 라면 BC와 DE는 평행하게 됩니다. 수능 문제에서 자주 쓸 일은 없겠지만 위의 정리와 묶어서 기억해두면 좋습니다.