제 2 교시

수학 영역(나형)

5 지 선 다 형

1. $\lim_{x\to 2}(x^2+5)$의 값은? [2점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

3

2. 방정식 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x}=64$를 만족시키는 실수 x의 값은? [2점]

① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ 9

4

3. θ가 제3사분면의 각이고 $\cos\theta=-\frac{4}{5}$일 때, $\tan\theta$의 값은? [2점]

① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4

4. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_2+a_3=2(a_1+12)$

일 때, 수열 $\{a_n\}$의 공차는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$2a+3d=2(a+12)$

$d=8$

4

5. $\int_5^2 2t\,dt - \int_5^0 2t\,dt$의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$\int_0^2 2t\ dt = 4$ ⑤

6. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$가

$(x-1)f(x)=x^2-3x+2$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

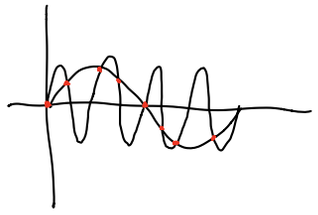
$f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ ②

$f(1) = \lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} = -1$

7. $0 \le x < 2\pi$일 때, 두 곡선 $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$와 $y=\sin 4x$가 만나는 점의 개수는? [3점]

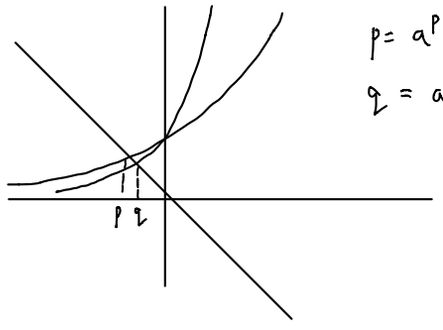
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

④ $y=\sin x$, $y=\sin 4x$



8. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x$가 곡선 $y=a^x$과 만나는 점의 좌표를 $(p, -p)$, 곡선 $y=a^{2x}$과 만나는 점의 좌표를 $(q, -q)$라 할 때, $\log_a pq=-8$이다. $p+2q$의 값은? [3점] ⑤

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8



$p=a^p$ $p=\log_a p$

$q=a^{2q}$ $2q=\log_a q$

$p+2q=-8$

9. 함수 $f(x)=x^3-2x^2+ax+1$에 대하여

$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=9$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

③

$f'(2)=9$ $\quad 9=12-8+a$

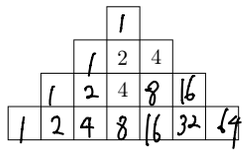
$a=5$

$f'(x)=3x^2-4x+a$

10. 그림은 16개의 칸 중 3개의 칸에 다음 규칙을 만족시키도록 수를 써 넣은 것이다.

> (가) 가로로 인접한 두 칸에서 오른쪽 칸의 수는 왼쪽 칸의 수의 2배이다.
> (나) 세로로 인접한 두 칸에서 아래쪽 칸의 수는 위쪽 칸의 수의 2배이다.

첫 번째 줄 →
두 번째 줄 →
세 번째 줄 →
네 번째 줄 →



이 규칙을 만족시키도록 나머지 칸에 수를 써 넣을 때, 네 번째 줄에 있는 모든 수의 합은? [3점]

① 119 ② 127 ③ 135 ④ 143 ⑤ 151

② $64+63=127$

11. 등차수열 $\{a_n\}$, 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여 $a_1=b_1=3$이고

$$b_3=-a_2,\ a_2+b_2=a_3+b_3$$

일 때, a_3의 값은? [3점]

① -9 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

$3r^2 = -3-d$ $\quad 3+d+3r = 3+2d+3r^2$

$3r(1-r) = d$

$r(r-1) = r^2+1$

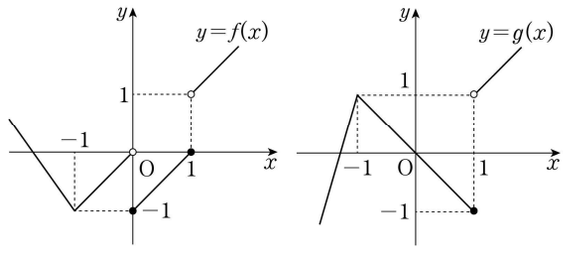
$r=-1$

$d=-6$

$3-12=-9$

①

12. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x\to 1-} f(x)g(x)=-1$ $\quad f(1-)g(1-)=0$

ㄴ. $f(1)g(1)=0$ $\quad f(1+)g(1+)=1$

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

⑤

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축에 접한다. 함수 $g(x)=(x-3)f'(x)$에 대하여 곡선 $y=g(x)$가 y축에 대하여 대칭일 때, $f(0)$의 값은? [3점]

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

$g(x)=g(-x)$ $f(x)=(x-a)^2$

$g(x)=2(x-3)(x-a)$

$a=-3$ ③

14. 세 숫자 1, 2, 3 만을 사용하여 일곱 자리의 자연수를 만들 때, 세 숫자 1, 2, 3을 모두 한 번 이상씩 사용하고 숫자 2를 반드시 짝수 번째 자리에만 오도록 놓는 경우의 수를 구하려고 한다. 다음은 이것을 구하는 과정의 일부이다.

> 일곱 자리의 자연수를 만들 때, 짝수 번째 자리는 세 군데이므로 숫자 2는 많아야 세 번 사용할 수 있다.
> (i) 숫자 2를 한 번 사용한 경우
> 2를 십의 자리에 오도록 놓으면 조건을 만족시키도록 만들 수 있는 자연수는 나머지 자리에 1, 1, 1, 1, 1, 3 또는 1, 1, 1, 1, 3, 3 또는 1, 1, 1, 3, 3, 3 또는 1, 1, 3, 3, 3, 3 또는 1, 3, 3, 3, 3, 3을 나열한 것이므로 그 경우의 수는 (가) 이다.
> 2를 짝수 번째 자리에 한 번 오도록 놓는 경우의 수는 세 군데 중 한 군데를 선택하는 경우의 수와 같으므로 ${}_3C_1$이다.
> 그러므로 숫자 2를 한 번 사용했을 때 일곱 자리의 자연수를 만들 수 있는 경우의 수는 (나) 이다.
> (ii) 숫자 2를 두 번 사용한 경우
> ⋮ (중략)
> (iii) 숫자 2를 세 번 사용한 경우
> 2를 모든 짝수 번째 자리에 오도록 놓으면 조건을 만족시키도록 만들 수 있는 자연수는 홀수 번째 자리에 1, 3을 모두 한 번 이상씩 사용하여 나열한 것이므로 그 경우의 수는 (다) 이다.
> 따라서 (i), (ii), (iii)에 의해 구하는 경우의 수는 290이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 262 ② 267 ③ 272 ④ 277 ⑤ 282

① $62+186+14$

$=262$

15. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\sum_{k=1}^{n}ka_k \qquad a_2=a_1=2$$

를 만족시킨다. $a_1=2$일 때, $a_2+\frac{a_{51}}{a_{50}}$의 값은? [4점]

① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

$a_{n+2}-a_{n+1}=(n+1)a_{n+1}$

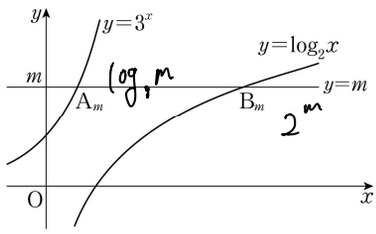
$a_{n+2}=(n+2)a_{n+1}$

$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=n+2$

$2+51=53$

4

16. 그림과 같이 자연수 m에 대하여 두 함수 $y=3^x$, $y=\log_2 x$의 그래프와 직선 $y=m$이 만나는 점을 각각 A_m, B_m이라 하자. 선분 A_mB_m의 길이 중 자연수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 a_1, a_2, a_3, … 이라 할 때, a_3의 값은? [4점]



① 502 ② 504 ③ 506 ④ 508 ⑤ 510

$m=1 \Rightarrow a_1$

$m=3 \Rightarrow a_2$

$m=9 \Rightarrow a_3=2^9-2=510$

5

17. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_3 = 42$일 때, 다음 조건을 만족시키는 4 이상의 자연수 k의 값은? [4점]

(가) $a_{k-3} + a_{k-1} = -24$
(나) $S_k = k^2$

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

③

$a_1 + a_k = a_2 + a_{k-1} = a_3 + a_{k-2} = \cdots$

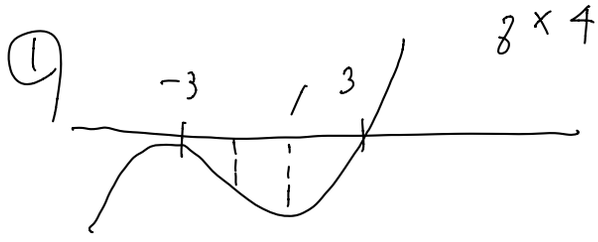
$= 42 - 12 = 30$

$\frac{k}{2} \times 30 = k^2$ $k = 15$

18. $a > 0$인 상수 a에 대하여 함수 $f(x) = |(x^2-9)(x+3)|$가 오직 한 개의 x 값에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? [4점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

①

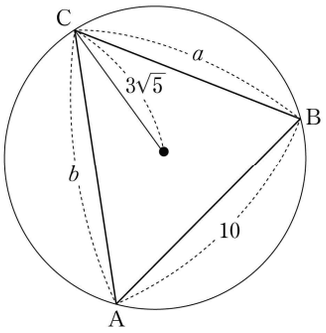


$8 \times 4 = 32$

19. 길이가 각각 10, a, b인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$이고

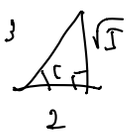
$\frac{a^2+b^2-ab\cos C}{ab}=\frac{4}{3}$ 일 때, ab의 값은? [4점]

① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180



$\frac{10}{\sin C}=6\sqrt{5}$

$\frac{5}{3\sqrt{5}}=\sin C$



$\frac{100}{ab}+\cos C=\frac{4}{3}$

$\frac{100}{ab}=\frac{2}{3}$

$ab=150$

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\int_0^x f(t)dt+f(x)$

라 할 때, 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

$g(0)=f(0)=0$

$g'(x)=f(x)+f'(x)$

$g'(0)=f'(0)=0$

(가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극댓값 0을 갖는다.

(나) 함수 $g(x)$의 도함수 $y=g'(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$f(2)$의 값은? [4점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$f(x)=x^2(x-a)=x^3-ax^2$

$f'(x)=3x^2-2ax$

$g(x)=x^3+(3-a)x^2-2ax$

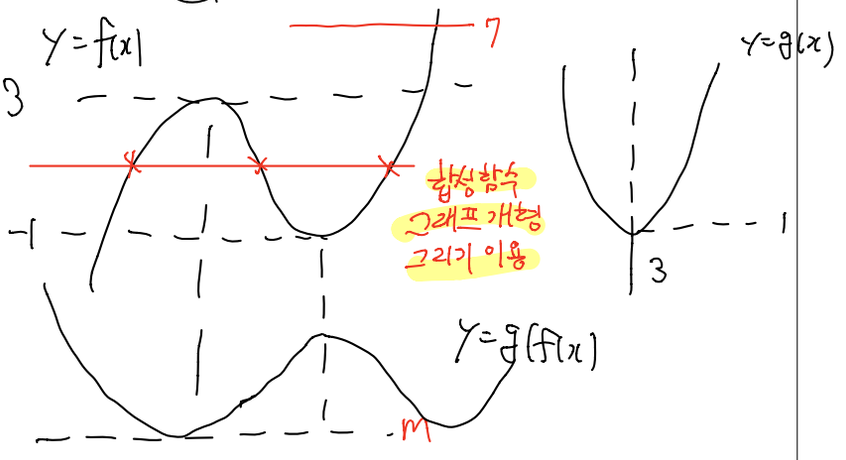
$a=3$ $f(x)=x^2(x-3)=-4$

21. 이차함수 $g(x)=x^2-6x+10$에 대하여 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
(나) 함수 $(g\circ f)(x)$의 최솟값을 m이라 할 때, 방정식 $g(f(x))=m$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $g(f(x))=17$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



$g(t)=17$ $t^2-6t-7=0$

$(t-7)(t+1)=0$

$f(x)=-1$ or $f(x)=7$

1

단답형

22. $\sum_{k=1}^{5}k^2$의 값을 구하시오. [3점]

$\frac{5\times6\times11}{6}=55$

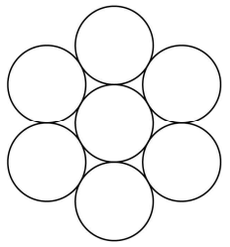
55

23. 함수 $f(x)=x^4+3x^2+9x-27$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f'(x)=4x^3+6x+9$

19

24. 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 7개의 원이 있다.



7개의 원에 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 원에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

$7 \times 5! = 120 \times 7 = 840$

840

25. $10 \le x < 1000$인 실수 x에 대하여 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 x의 개수를 구하시오. [3점]

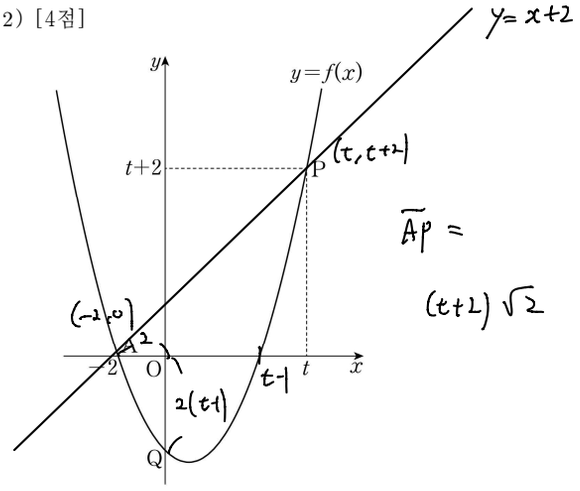
$3\log x + 2\log x = 5\log x$

$1 \le \log x < 3$

$5 \le 5\log x < 15$

10

26. 최고차항의 계수가 1이고 두 점 $\mathrm{A}(-2, 0)$, $\mathrm{P}(t, t+2)$를 지나는 이차함수 $f(x)$가 있다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t\to\infty}(\sqrt{2}\times\overline{\mathrm{AP}}-\overline{\mathrm{AQ}})$의 값을 구하시오. (단, $t \ne -2$) [4점]



$\overline{AP} = (t+2)\sqrt{2}$

$f(x) - (x+2) = (x+2)(x-t)$

$f(x) = (x+2)(x-t+1)$

$\overline{AQ} = 2\sqrt{(t-1)^2+1}$

6

$2 \lim_{t\to\infty} t+2-\sqrt{(t+1)^2+1}$

$= 2 \lim_{t\to\infty} \frac{(t+2)^2-(t+1)^2-1}{t+2+\sqrt{(t+1)^2+1}}$

$= 2 \times \frac{6}{|t|}$

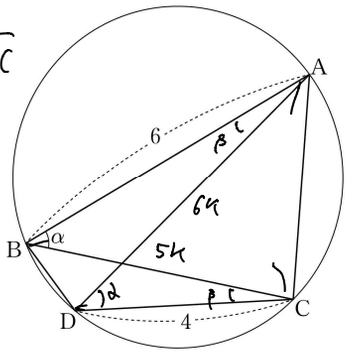
$= 6$

27. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=3t^2-12t+9$이다. 점 P가 $t=0$일 때 원점을 출발하여 처음으로 운동 방향을 바꾼 순간의 위치를 A라 하자. 점 P가 A에서 방향을 바꾼 순간부터 다시 A로 돌아올 때까지 움직인 거리를 구하시오. [4점]

28. 자연수 a에 대하여 두 함수
$f(x)=-x^4-2x^3-x^2,\ g(x)=3x^2+a$
가 있다. 다음을 만족시키는 a의 값을 구하시오. [4점]

> 모든 실수 x에 대하여 부등식
> $f(x)\le 12x+k\le g(x)$
> 를 만족시키는 자연수 k의 개수는 3이다.

29. 그림과 같이 예각삼각형 ABC가 한 원에 내접하고 있다. $\overline{AB}=6$이고, $\angle ABC=\alpha$라 할 때 $\cos\alpha=\frac{3}{4}$이다. 점 A를 지나지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD}=4$이다. 두 삼각형 ABD, CBD의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $S_1 : S_2 = 9 : 5$이다. 삼각형 ADC의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. [4점]

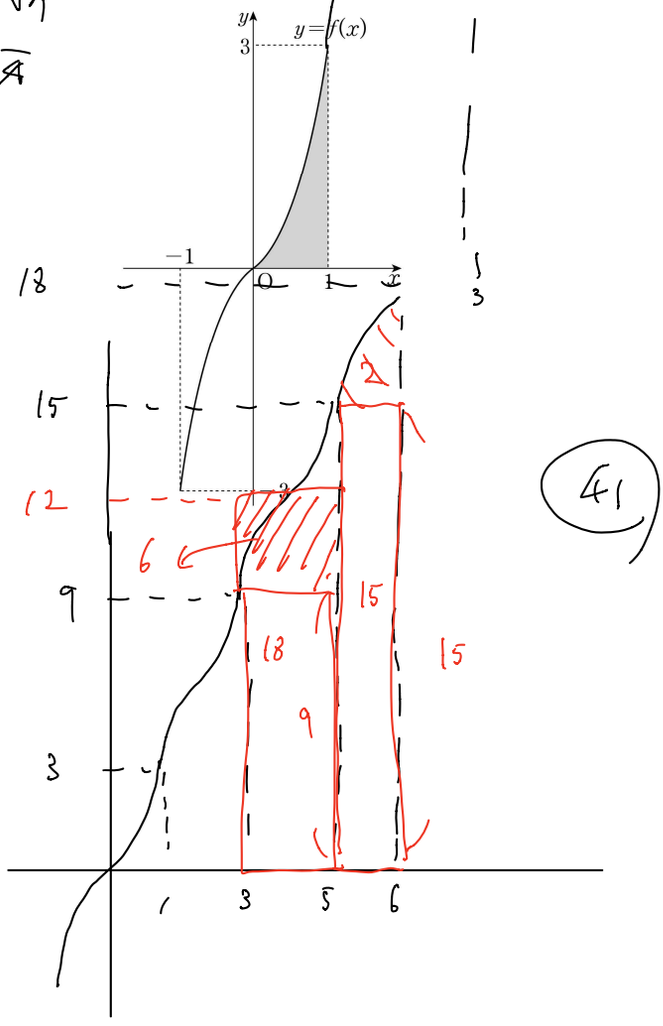


30. 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$는 정의역에서 증가하고 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$가 성립할 때, 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 $g(x)=f(x)$이다.

(나) 닫힌구간 $[2n-1, 2n+1]$에서 함수 $y=g(x)$의 그래프는 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 $2n$만큼, y축의 방향으로 $6n$만큼 평행이동한 그래프이다. (단, n은 자연수이다.)

$f(1)=3$이고 $\int_0^1 f(x)dx=1$일 때, $\int_3^6 g(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.