

# 고지우의 **난문현답**

---

## 제 5 일

1. 2009년 3월 교육청
2. 2014년 6월 평가원
3. 2016년 9월 평가원
4. 2015년 11월 교육청
5. 2013년 경찰대
6. 2007년 3월 교육청
7. 2009년 6월 평가원
8. 2011년 경찰대
9. 2006년 수능
10. 2006년 10월 교육청

1. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, \quad pa_{n+1} = qa_n + 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

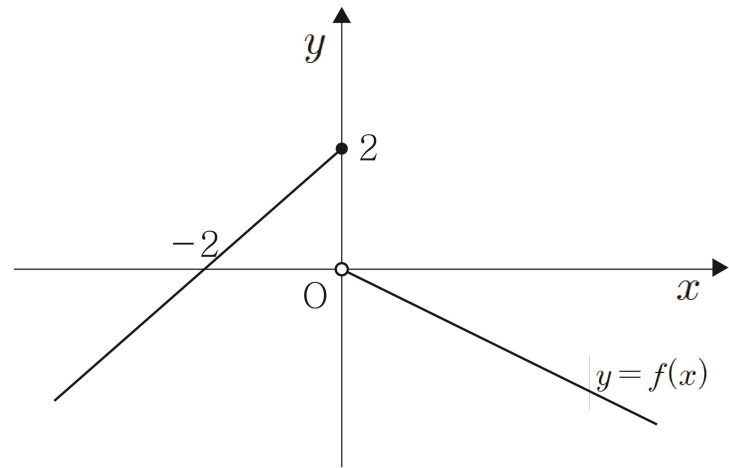
일 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $p, q$ 는 0이 아닌 실수이다.)

- ㄱ.  $p=q$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.
- ㄴ.  $p \neq q$ 일 때, 수열  $\left\{a_n - \frac{1}{p-q}\right\}$ 은 등비수열이다.
- ㄷ.  $-1 < \frac{q}{p} < 1$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 함수  $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$  의 그래프가 그림과 같다.

수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고  $a_{n+1} = f(f(a_n))$  ( $n \geq 1$ )을 만족시킬 때,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{1}{3}$
- ②  $\frac{2}{3}$
- ③ 1
- ④  $\frac{4}{3}$
- ⑤  $\frac{5}{3}$

3. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $x=t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, \quad y = 2x + 2$$

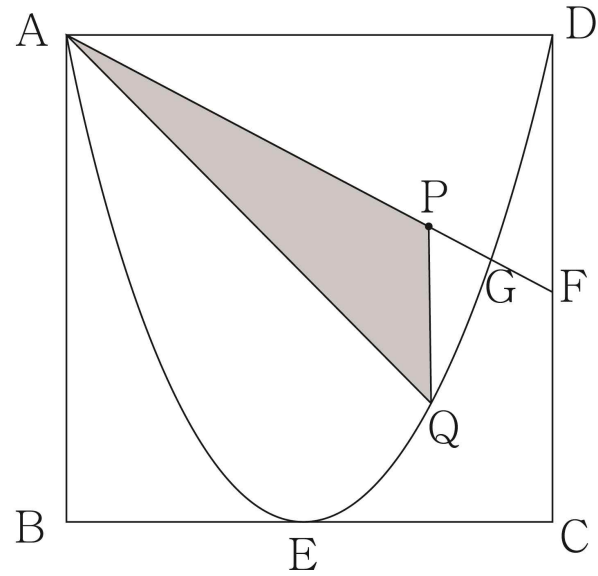
의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를  $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수  $t$ 의 값의 합은?

- ① -7      ② -3      ③ 1  
 ④ 5      ⑤ 9

4. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서 선분 BC와 선분 CD의 중점을 각각 E, F라 하자. 점 E를 꼭짓점으로 하고, 두 점 A, D를 지나는 포물선과 선분 AF가 만나는 점을 G라 하자. 선분 AG 위를 움직이는 점 P를 지나고 직선 AB와 평행한 직선이 포물선과 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 AQP의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P는 점 A와 점 G가 아니다.)



- ①  $\frac{85}{27}$       ②  $\frac{343}{108}$       ③  $\frac{173}{54}$   
 ④  $\frac{349}{108}$       ⑤  $\frac{88}{27}$

5. 다음을 만족시키는 한 자리 자연수  $a$ 의 개수는?

방정식  $x^3 - x^2 - ax - 3 = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가진다.

- ① 1                    ② 2                    ③ 3  
 ④ 4                    ⑤ 5

6. 그림과 같이 각 단의 부피가 일정한 비율로 감소하는 8단 케이크를 만들었다. 이 케이크의 제 2단의 부피를  $p$ , 제 4단의 부피를  $q$ 라 할 때, 제 8단의 부피를  $p$ 와  $q$ 로 나타낸 것은?



- ①  $\frac{q^3}{p^2}$                     ②  $\frac{q^2}{p^2}$                     ③  $\frac{p^3}{q^2}$   
 ④  $\frac{p^3}{q}$                     ⑤  $\frac{p^2}{q}$

7. 부등식  $1 < m^{n-5} < n^{m-8}$ 을 만족시키는 자연수  $m, n$ 에 대하여

$$A = m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$

$$B = m^{-\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$

$$C = m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{-\frac{1}{n-5}}$$

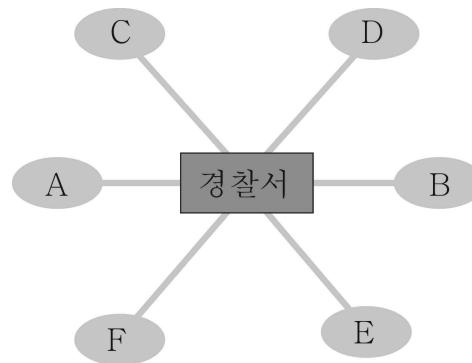
이라고 할 때, A, B, C의 대소 관계로 옳은 것은?

- ①  $A > B > C$
- ②  $A > C > B$
- ③  $B > A > C$
- ④  $B > C > A$
- ⑤  $C > A > B$

8. 아래 그림과 같이 A, B, C, D, E, F의 6개의 구역이 경찰서를 중심으로 하여 길로 연결되어 있다. A와 B의 넓이는 각각  $4\text{km}^2$ 이고 C, D, E, F의 넓이는 각각  $2\text{km}^2$ 이다.

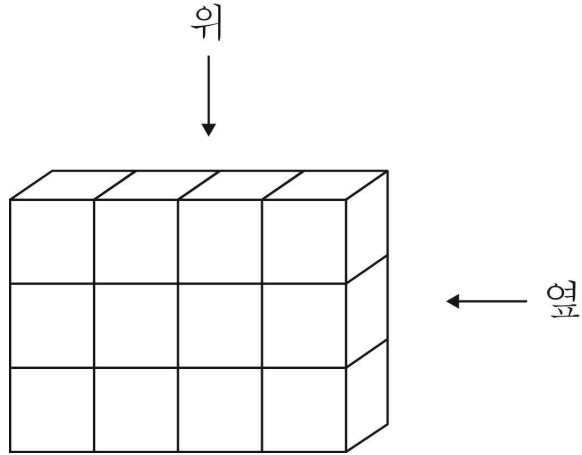
2명의 경찰관이 이 6개의 구역을 넓이의 합이 같아지도록 2부분으로 나누어 1부분씩을 맡고, 각자 맡은 모든 구역을 순서를 정하여 순찰하는 방법의 수는?

(단, 1개의 구역을 나누지는 않는다.)

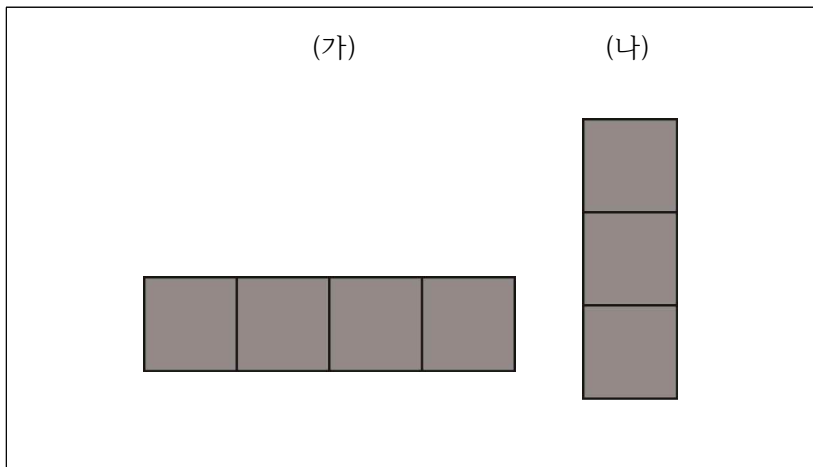


- ① 524                      ② 528                      ③ 532
- ④ 536                      ⑤ 540

9. 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 투명한 유리 상자 12개로 직육면체를 만들었다.



이 중에서 4개의 유리 상자를 같은 크기의 검은 색 유리 상자로 바꾸어 넣은 직육면체를 위에서 내려다 본 모양이 (가), 옆에서 본 모양이 (나)와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수는?



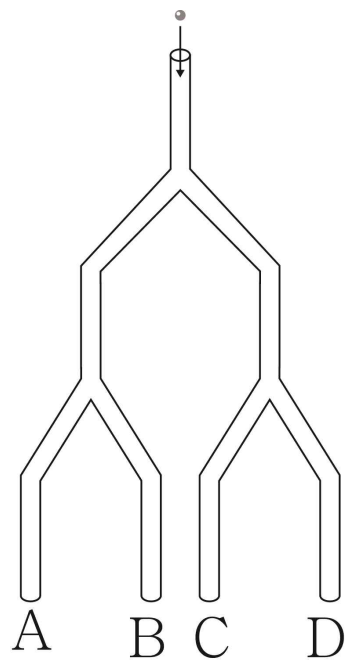
- ① 30                      ② 36                      ③ 42
- ④ 48                      ⑤ 54

10. 아래 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에서 공을 넣으면 A,B,C,D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다.

예를 들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A를 지나면 A위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A,B를 지나면 A,B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A,B,C,D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다. 여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을  $\frac{a}{b}$ 라고 하자.

( $a, b$ 는 서로소인 자연수). 이때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.)



## 5일차 과제

1. 수열  $\{a_n\}$ 이  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2}{2a_n + 1} = 3$ 을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

- ①  $-\frac{5}{3}$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $-\frac{2}{3}$   
 ④  $-\frac{3}{5}$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

2. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 7, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 6  
 ④ 8      ⑤ 10

3. 자연수  $n$ 에 대하여 수직선 위의 점  $A_n$ 의 좌표를  $x_n$ 이라 하자.  $A_1(2)$ ,  $A_2(7)$ 이고, 선분  $A_n A_{n+1}$ 을 2:3으로 내분하는 점을  $A_{n+2}$ 라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값은?

- ① 4      ②  $\frac{19}{4}$       ③ 5  
 ④  $\frac{41}{8}$       ⑤  $\frac{21}{4}$

4. 어느 공원의 잔디는 일주일에 4cm씩 자라고 매주 월요일 오전 10시에 잔디의 길이의  $\frac{3}{4}$ 을 잘라낸 다음 남은 잔디의 길이를 측정한다고 한다. 최초로 측정한 잔디의 길이가 12cm이고  $n$ 번째 측정한 잔디의 길이를  $a_n$ cm라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{3}{2}$   
 ④  $\frac{7}{4}$       ⑤ 2



## 5일차 과제

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|3x-a|-b}{2x} = \alpha$  일 때, 상수  $\alpha$ 의 값은?

(단,  $a, b$ 는 상수이고,  $a > 0$ 이다.)

- ①  $-\frac{3}{2}$       ②  $-1$       ③  $1$   
 ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $2$

7. 구간  $[-3, 0]$ 에서 함수  $f(x) = -x^4 + 6x^2 - 8x + 3$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값은?

- ① 24      ② 25      ③ 26  
 ④ 27      ⑤ 28

6. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left\{ \frac{1}{f(a+h)} - \frac{1}{f(a)} \right\}$ 을  $f(a), f'(a)$ 를 이용하여 나타내면?

- ①  $-\frac{f'(a)}{\{f(a)\}^2}$     ②  $\frac{f'(a)}{\{f(a)\}^2}$     ③  $\frac{f'(a)}{f(a)}$   
 ④  $-\frac{f'(a)}{f(a)}$       ⑤  $\frac{f(a)}{f'(a)}$

8. 곡선  $y = -x^2 + 3x$  ( $0 < x < 3$ ) 위의 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 OPH의 넓이의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)

- ①  $\frac{2}{3}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$   
 ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

## 5일차 과제

9. 함수  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ 에 대하여  $y = f(x)$ 의 그래프에서 극대가 되는 점을 A, 극소가 되는 점을 B라 할 때,  $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점의 좌표를 구하여라.

10. 삼차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+3}{x-1} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-4}{x-5} = 0$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

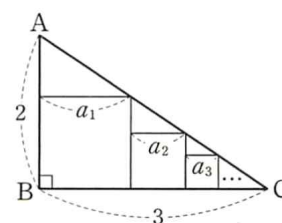
- ㄱ.  $f(x)$ 는  $x = 3$ 의 좌우에서 증가하다가 감소한다.
- ㄴ.  $f(x)$ 는  $x = 5$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄷ. 방정식  $f(x) = 1$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. A 도시의 인구는 매년 일정한 비율로 증가하여 10년 후에는 36만 명, 20년 후에는 81만 명이 될 것으로 예상된다. 이때 A 도시의 15년 후의 인구는 얼마가 될 것으로 예상할 수 있는가?

- ① 51만 명              ② 53만 명              ③ 54만 명  
 ④ 55만 명              ⑤ 57만 명

12. 오른쪽 그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = 3$ 이고  $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이를 차례대로  $a_1, a_2, a_3, \dots$ 이라 할 때,  $\frac{1}{2}a_9$ 의 값을 구하여라.



## 5일차 과제

**13.** 세 수  $\sqrt{3\sqrt{3}}$ ,  $\sqrt{4\sqrt{2}}$ ,  $\sqrt[3]{5\sqrt{5}}$  중에서 가장 작은 수를  $a$ , 가장 큰 수를  $b$ 라 할 때, 부등식  $a < \sqrt[n]{n} < b$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수는?

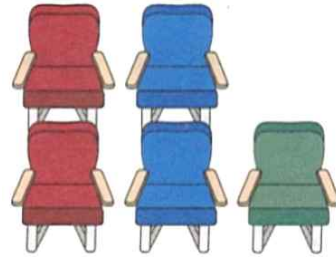
- ① 42                      ② 43                      ③ 44  
 ④ 45                      ⑤ 46

**14.** 두 실수  $x, y$ 에 대하여

$$M(x, y) = \begin{cases} x & (x \geq y) \\ y & (x < y) \end{cases}, \quad m(x, y) = \begin{cases} y & (x > y) \\ x & (x \leq y) \end{cases}$$

로 정의하자.  $a = \sqrt[4]{\sqrt{5}}$ ,  $b = \sqrt[6]{3} \times \sqrt[12]{2}$ ,  $c = \sqrt{\sqrt[3]{4}}$  일 때,  $M(a, m(b, c))$ 의 값을 구하여라.

**15.** 아래쪽 그림과 같은 좌석에 다섯 명의 학생이 앉아 발레 공연의 일부를 관람했다. 10분간의 휴식 시간 후 2부 공연을 관람하기 위해 임의로 좌석에 앉을 때, 한 사람만 1부 공연에 앉은 열과 같은 열의 좌석에 앉게 되는 방법의 수를 구하여라.



**16.** 각 자리의 숫자의 합이 4인 자연수를 작은 수부터 순서대로 나열했을 때, 가장 작은 다섯 자리 자연수는 몇 번째 수인지 구하여라.

## 5일차 과제

**17.** 지우와 헤리가 각각 정답이 한 개인 오지선다형 문제 5개를 풀었는데 헤리는 1번 문제부터 5번 문제까지의 답을 각각 1, 2, 3, 4, 5로 택했고, 지우는 답을 모두 3으로 택했다. 이때 지우와 헤리 둘 다 3문제씩 맞히는 경우의 수를 구하여라.

**18.** 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 순서쌍  $(A, B)$ 의 개수는?

- (가)  $A \cap B = \emptyset$
- (나)  $n(A) = n(B) = 2$
- (다) 집합  $A$ 의 원소 중 가장 큰 수는 집합  $B$ 의 원소 중 가장 큰 수보다 크다.

- ① 70                      ② 84                      ③ 90
- ④ 96                      ⑤ 105

**19.** 10명의 회원으로 구성된 동아리에서 각 회원이 동아리 모임에 참석할 확률은  $\frac{1}{2}$ 이다. 구성원의  $\frac{4}{5}$  이상이 참석할 때 동아리 활동을 진행할 수 있다고 하면 동아리 활동이 진행될 확률이  $\frac{n}{2^7}$ 이다. 이때 자연수  $n$ 의 값을 구하여라.

**20.** 한 개의 주사위를 60번 던질 때, 6의 약수가  $k$ 번 나올 확률을  $P(k)$ 라 하자. 이때  $\sum_{k=1}^{30} \{P(2k-1) - P(2k)\}$ 의 값을 구하여라.